PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. 15. August 1920. Redaktionsschluß für No. 18 am 24. August 1920 21. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Rohmann, Elektrische Kontakte. S. 417.

K. W. F. Kohlrausch, Beiträge zur Farbenlehre. II. Die Helligkeit der Pigmentfarben. S. 423.

W. Hahnemann u. H. Hecht, Schallgeber und Schallempfänger. IV. S. 426.

K. Schreber, Luftverflüssigung und Zustandsgleichung. S. 430.

G. Rabel, Mach und die „Realität der Außenwelt". S. 433.

W. Kunze, Über eine Methode, Geschwindigkeiten auf akustischem Wege zu messen. S. 437.

O. Meißner, Kurze Zusammenstellung von Laufzeitdifferenzen der reflektierten Vorläufer der Erdbebenwellen. S. 443.

Zusammenfassende Bearbeitungen:

H. Spohn, Neuere Arbeiten über Beugung an Zylindern und Gittern. S. 444.

Berichtigung. S. 447.

Tagesereignisse. S. 447.

Personalien. S. 448.

Angebote. S. 448.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Elektrische Kontakte.

Von Hermann Rohmann.

1. Der Stromübergang zwischen zwei einander stark genäherten Elektroden bei relativ niedriger Spannung, d. h. die Art der Kontaktbildung zwischen zwei Leitern, ist noch wenig untersucht, obgleich sich an diesen Punkt eine Anzahl auch praktisch wichtiger Fragen knüpfen, in bezug auf das Mikrophon u. a. So heißt es z. B. im Handbuch d. Phys. 5, 792: „Als wesentlich für das Mikrophon muß die Herstellung mindestens eines der Kontaktteile aus Kohle gelten. Mikrophone mit reinen Metallelektroden geben keine praktisch brauchbaren Lautwirkungen". Und doch sieht man einen eigentlichen Grund dafür nicht ein.

Untersuchungen über den Kontaktwiderstand sind namentlich zur Lösung des Kohärerproblems geführt worden. Dabei wurde der Kontakt meist variiert durch Anwendung verschiedener Drucke zwischen den Elektroden (vgl. A. Blanc, Beibl. **30**, 327, 1906 und Ph. E. Robinson, Ann. d. Phys. [4] **11**, 754, 1903). Es ergaben sich dabei einige interessante Gesetze über die Abhängigkeit des Kontaktwiderstandes von Spannung und Stromstärke, sowie vom Druck. Bei der berüchtigten Launenhaftigkeit des Kohärers, gegen die auch diese Untersuchungen kein Mittel gaben, scheinen sie aber wenig Beachtung oder Bestätigung gefunden zu haben. — Hierher gehört auch das Edisonsche Mikrotasimeter, ein Mikrophonkontakt, gegen den eine Stange drückt, deren Ausdehnung den Mikrophonstrom ändert. Anscheinend sind darüber keine eingehenderen Untersuchungen veröffentlicht worden.

In neuerer Zeit hat F. Rother auf Vorschlag von O. Wiener den Elektrizitätsübergang bei sehr kleinen Kontaktabständen, 20 bis 280 $\mu\mu$, untersucht und findet in diesen Entfernungen den Übergang kleiner nur mit dem Elektrometer meßbarer Ströme, die von Material und Entfernung abhängen und eine Art Leitung durch freie Elektronen anzuzeigen scheinen (Ann. d. Phys. [4], **44**, 1238, 1914). Zur Änderung der Elektrodenentfernung benutzte er ein Interferometergestell, mit einer Schraubenganghöhe von 1 mm, an dem $^1/_{40\,000}$ mm Verschiebung abzulesen war.

Versucht man nun aber mit einer solchen Schraubenverschiebung, die sich für optische Zwecke durchaus bewährt, den Stromübergang zwischen Metallelektroden mit Hilfe eines Galvanometers von ca. 10^{-8} Amp./Sktl. zu verfolgen, so findet man damit in den meisten Fällen nur ein plötzliches Entstehen des Stromes; nur ganz zufällig erhält man einmal einen Zwischenwert und die Kontaktbildung selbst ist nicht zu verfolgen.

Die Schwierigkeit bei derartigen Untersuchungen besteht also offenbar darin, eine noch feinere Verschiebbarkeit der Elektroden herzustellen, die zugleich möglichst starr und Erschütterungen gegenüber genügend unveränderlich ist.

2. Feinverschiebung. Ich habe mir dazu eine Torsionsvorrichtung gebaut, die solche, optisch nicht mehr meßbare Verschiebungen gewährleistet und für deren Funktionieren sich aus dem elektrischen Verhalten des Kontaktes selbst ein gutes Kriterium ergibt.

Der Apparat ist in Fig. 1 skizziert. Eine Stahlstange von 2 mm Durchmesser ist an einem Ende in der Grundplatte eines festen Gestells befestigt. An ihrem oberen Ende, das sich mit eingeschliffenem Konus in der zweiten Platte des Gestells drehen kann, ist ein Hebel befestigt, der durch eine Mikrometerschraube S gedreht wird (Hebelarm b). Der Hebel wird dabei durch eine starke Gegenfeder gegen die Schraube gepreßt. Auf der tordierten Stahlstange ist in

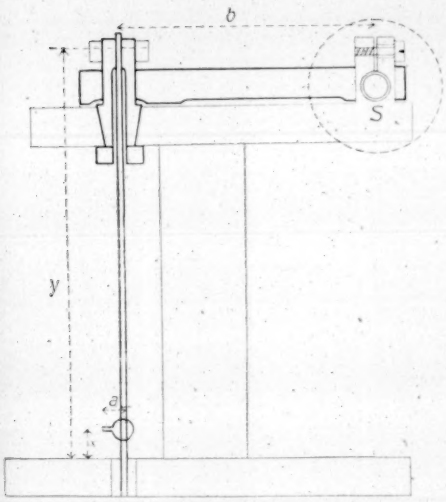


Fig. 1.

der Nähe des festen Endes mit kleinem Hebelarm a die Elektrode befestigt. Die Bewegung der Schraubenspitze wird also an der Elektrode verkleinert im Verhältnis $a \cdot x / b \cdot y$ (vgl. Fig. 1).

Die Dimensionen des Apparats waren folgende: $y = 120$ mm, $b = 62$ mm, $a = x = 5$ mm. Daraus berechnet sich ein Übersetzungsverhältnis von ca. $^1/_{240}$. Die Mikrometerschraube S hatte eine Ganghöhe von 0,5 mm. An dem mit Zahntrieb versehenen Kopfe konnte $^1/_{324}$ Umdrehung abgelesen werden. Für die Verschiebung der Elektrodenspitze bei der Schraubenumdrehung um 1 Skt. ergibt sich also ca. 6 $\mu\mu$. Um diese Verschiebung noch kleiner zu machen, ohne mit der Elektrode zu nahe an das feste Ende des Stahlstabes gehen zu müssen, verwandte ich dickere Torsionsstäbe von 4 mm Durchmesser, die am oberen Ende auf eine gewisse Strecke auf 2 mm abgedreht waren (Fig. 2).

Fig. 2.

Mit diesen Stäben kam ich leicht auf 1 $\mu\mu$ pro Skalenteil, wobei die Festigkeit des ganzen Apparats noch zunahm.

Die Angaben über die Verschiebung pro Skalenteil sind nur der Größenordnung nach richtig, da die Lage der in Betracht kommenden Querschnitte des tordierten Stabes nicht genau bekannt ist. Eine genauere Eichung ließe sich ohne Schwierigkeiten erzielen durch Beobachtung von Interferenzerscheinungen an längerem Hebelarm.

Die bewegliche Elektrode bestand bei den verschiedenen Versuchen aus Stäbchen von Stahl, Nickel, Silber usw. von 2 mm Durchmesser mit spitzen oder halbkugelig geschliffenen und polierten Enden, ferner aus Platindraht von 0,7 mm Durchmesser, gefaßt in Stahl. Die festen Elektroden waren Metall- usw.-Stücke, angelötet an Messingzylinder von 5 mm Durchmesser und mit ebener Endfläche versehen. Sie wurden in einer kleinen Vorrichtung befestigt, in der sie durch eine feine Schraube verschiebbar und durch eine andere festklemmbar waren. Diese Vorrichtung wurde auf der Grundplatte des Apparats in geeigneter Stellung aufgeschraubt und war von ihr durch Glimmerblättchen isoliert. Der Apparat selbst war zuerst mit der Grundplatte auf den Tisch gestellt worden, später wurde er zweckmäßiger mit der oberen Platte in ein Stativ gefaßt.

Vor der Zusammensetzung wurden die Elektroden mit Diamantine auf Leder poliert. — Bei der Einjustierung wurde der Kontakt zunächst mit der gröberen Einstellung hergestellt, derart daß er durch die Mikrometerschraube am Torsionshebel wieder zu lösen war. Die nutzbare Verschiebung am Hebelende betrug etwa 0,75 cm entsprechend einer Elektrodenverschiebung von ca. 0,01 mm.

3. Abhängigkeit des Kontaktstromes von der Entfernung. Kontaktdistanz. Die Messungen wurden in einer Schaltung nach Fig. 3 vorgenommen. Das Drehspul-Spiegel-

Fig. 3.

galvanometer gab für etwa 10^{-8} Amp. einen Skalenteil Ausschlag. Seine Empfindlichkeit wurde durch den Nebenschluß entsprechend den im Stromkreis verwandten Werten der Spannung und des Widerstandes eingestellt. Die Spannung selbst wurde durch Abzweigen von 2 Akkumulatoren hergestellt und war meist von der Größenordnung 0,1 Volt. Im Stromkreis des Kontaktes befanden sich außer diesem selbst immer Widerstände von mindestens 200 Ohm, so daß der Strom begrenzt blieb und keine Zerstörung der Kontaktflächen eintrat. Für die gut leitenden Materialien verschwindet

beim Zusammenpressen der Kontaktwiderstand gegen die 200 Ohm. Der Strom erreicht etwa den Wert, den er beim Kurzschließen der Kontaktstelle erhält.

Tabelle I.

Kohle-Platin-Kontakt.

E.M.K. 0,17 Volt.

Kurzschlußstrom 74,0 Sktl.

Verschiebung in $\mu\mu$	Galvanometerausschlag beim Hingang	Rückgang
0	0,0	0,0
1	0,0	
3	1.0	
4		2.5
5	2.0	
7	5.5	
9	7.0	
10		11.0
11	10,0	
13	17.0	
15	22.0	27,0
17	27.0	
19	33.0	
20		45.0
21	40,0	
23	43.0	
25	47,0	58.0
30	57,0	
34	65.0	70,0
39	68,0	73.0
44	73.0	

In Tabelle I und Fig. 4 ist eine Beobachtungsreihe wiedergegeben, die für einen Kontakt von

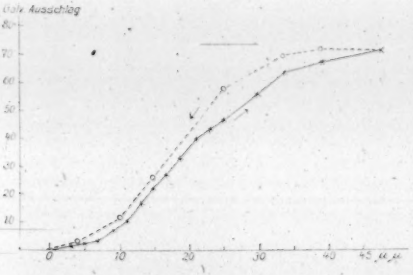


Fig. 4.

Platin als Spitze gegen Kohle von Mikrophonplatten erhalten wird. (Dabei sind als Abszissen die Verschiebungen in $\mu\mu$ genommen, die sich aus den Umdrehungen der Mikrometerschraube berechnen. Der Einfachheit halber soll auch im folgenden immer eine Ausdrucksweise benutzt werden, als ob diese Verschiebung wirklich voll zustande käme.)

Die punktierte Kurve in Fig. 4 ergibt sich beim Zurückdrehen der Mikrometerschraube. Aus ihr erhellt, daß der tote Gang des Apparats sehr klein ist und daß während der Versuchsdauer keine wesentlichen Änderungen aufgetreten sind. Kurz nach dem Zusammensetzen des Apparats sind die Wanderungen des Nullpunktes viel größer, vor allem durch Temperaturänderungen, wohl auch durch elastische Nachwirkung der geklemmten Metallteile. Dieses Wandern verschwindet aber nach mehrstündigem Stehen in geeigneter Hülle fast vollständig, ohne besondere Vorsichtsmaßregeln zur Konstanthaltung der Temperatur nötig zu machen. Auch gegen Erschütterungen, wie sie hier durch Vorbeifahren schwerer Lastautomobile stark vorhanden sind, brauchte der Apparat nicht besonders geschützt zu werden, wenn er in der angegebenen Weise im Stativ gehalten war. Konus und Schraube mußten allerdings mehrmals sorgfältig nachgeschliffen werden, dann war aber die Einstellung auf eine bestimmte Stromstärke ganz sicher möglich.

Tabelle II.

Stahl-Stahl-Kontakt.

E.M.K. 0,09 Volt.

Kurzschlußstrom 19,0 Sktl.

Verschiebung in $\mu\mu$	Galvanometerausschlag
0	0.0
1	0,2
2	0.4
3	1.7
5	4.0
7	5,3
9	9,2
11	11.8
14	16.0
19	17.5

Tabelle III.

Platin-Silber-Kontakt.

E.M.K. 0,04 Volt.

Kurzschlußstrom 30 Sktl.

Verschiebung in $\mu\mu$	Galvanometerausschlag
0	0.0
1	4.9
2	15.4
3	19.9
4	23.0
5	25,0
8	27.5

In Tabelle II und Fig. 5 ist eine ähnliche Beobachtungsreihe wie oben für Stahl gegen Stahl und in Tabelle III für Platin gegen Silber wiedergegeben. Wie daraus und aus der Unter-

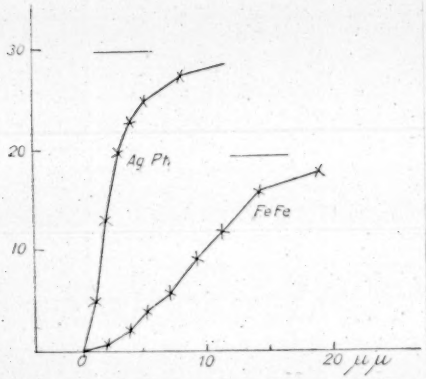


Fig. 5.

suchung einer ganzen Anzahl von Metall- usw. Kontakten hervorgeht, ist die Größe der Verschiebungen, für welche die Änderung des Stromes stattfindet, je nach den Metallen sehr verschieden. Diese Größe, die im folgenden als Kontaktdistanz bezeichnet werden soll, ist bei einer Spannung von ca. 0,1 Volt am kleinsten etwa für Silber, Messing, Platin (1—4 $\mu\mu$). Für Nickel, Kupfer, Wolfram, Eisen, Chrom, Kupferkies hat sie Werte zwischen etwa 5—30 $\mu\mu$, die größten Verschiebungen erfordern Kohle, Braunstein, Wolframbronze, oxydiertes Eisen usw. Die Angaben und die Reihenfolge können nur ganz ungefähr sein, zumal meine Versuche zunächst mehr qualitativer Art sind. Auch für ein und dasselbe Metall sind die Kontaktdistanzen verschieden, je nachdem es frisch poliert ist oder eine Zeitlang an der Luft gelegen hat. Die Art des Polierens ist ebenfalls von Einfluß. Eine Behandlungsweise, die sicher gleiche Verhältnisse liefert, habe ich noch nicht gefunden. Wahrscheinlich führt nur Erhitzen im Vakuum zu diesem Ziel; bei den mir hier zu Gebote stehenden Mitteln war das nicht ausführbar. (Aus diesem Grunde ist es auch bislang nicht möglich, etwas Sicheres über den Einfluß der Form und Größe der Elektroden zu ermitteln.) Trotz diesen Verschiedenheiten behält ein und dasselbe Elektrodenpaar, einmal in den Apparat eingesetzt, seine Kontaktdistanz ziemlich konstant bei; Änderungen treten nur auf, wenn starke Ströme, auch Schwingungen, den Kohäreffekt stark hervorrufen, so daß ein Abklopfen nötig wird. — Es erscheint also durchaus möglich mit dem Apparat Längenänderungen von der Größenordnung 1 $\mu\mu$ zu messen.

Benutzt man bei der Aufnahme der Strom-Entfernungskurven höhere Spannungen im Stromkreis, so werden die Kontaktdistanzen im allgemeinen kleiner gefunden. Für eine gegebene Einstellung des Kontaktes nimmt der Strom mit wachsender Spannung zunächst etwa linear zu, steigt dann schneller an, um beim Erreichen einer gewissen Spannung abrupt zu steigen, vgl. Tabelle IV und Fig. 6 für Kupferkies-Platin.

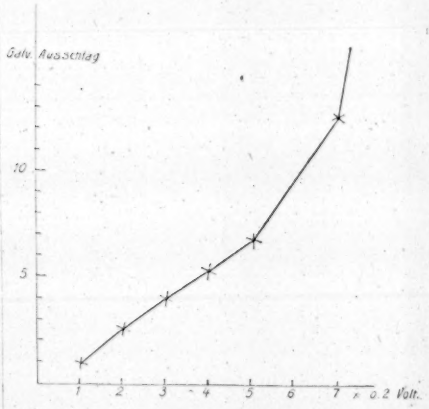


Fig. 6.

Tabelle IV.

Kupferkies-Platin-Kontakt.

Spannung 0,2 Volt ×	Galvanometerausschlag
1	1.0
2	2.7
3	4.1
4	5.3
5	6,8
6	8.9
7	12,5

Der nichtlineare Stromverlauf ist wohl nur die Folge der automatischen Zusammenpressung des Kontaktes durch elektrostatische Kräfte und wesensgleich mit der Kohärerwirkung. Die Spannung, für welche die eigentliche starke Kohärerwirkung eintritt, ist verschieden je nach der ursprünglichen Einstellung der Entfernung und außerdem im allgemeinen um so größer, je größer die Kontaktdistanz ist. Auch scheint die Zeitdauer der Einwirkung einer Spannung einigen Einfluß zu haben, wie schon früher in den Kohärerarbeiten gefunden.

4. Oberflächenschicht. Um die Frage zu untersuchen, ob bei der Kontaktbildung die

Elektroden sich einander wirklich nähern, oder nur wie starre Körper aufeinander drücken, habe ich für einige Versuche die zweite, feste Elektrode an einer dünnen Blattfeder befestigt, für die die Kraft, welche nötig war um den Kontaktpunkt um 1 $\mu\mu$ zurückzudrücken, zu 0,005 mg gemessen war. Für die Elektrode am 2-mm-Stab ergibt sich diese Kraft zu etwa 3 mg. — Wenn es sich um starre Körper handelte, müßten also die Verschiebungen, welche nötig sind um eine bestimmte Stromänderung einmal bei starrer und das andere Mal bei federnder zweiter Elektrode zu erzielen, im umgekehrten Verhältnis dieser Kräfte stehen.

Die Beobachtung wird nun allerdings mit der federnden Elektrode wesentlich ungenauer, da die Erschütterungen viel mehr Einfluß haben, außerdem verschiedene Stücke des Materials benutzt werden. Für Platin-Platin fand ich in einigen Versuchen etwa 60 gegen 4 $\mu\mu$, für Kohle-Platin 60 gegen 16 $\mu\mu$. Das Verhältnis der Verschiebungen ergibt sich also viel kleiner als das der Kräfte. Bei den Messungen mit dem 2 mm- und dem 4 mm-Torsionsstab, bei denen die betreffenden Kräfte ca. 3 und 48 mg sind, werden die Kontaktdistanzen bis auf die oben berührten Verschiedenheiten merklich gleich gefunden. Man wird also zunächst schließen können, daß die Kontaktdistanz in möglichst starren Apparaten einen vom Apparat unabhängigen Wert erhält, daß ihr also reelle Bedeutung zukommt und daß sie der Größenordnung nach bei den verwandten Apparaten richtig gemessen wird. Jedenfalls sprechen die Versuche nicht gegen die Annahme einer weicheren Schicht auf den Materialien, wie sie für die Erklärung der Kohärerwirkung früher angenommen wurde. Robinson glaubte sie in einer Oxydschicht zu finden, während Blanc in ihr eine lockere Schicht von Molekülen des Metalls selbst sah. Ich halte es für wahrscheinlicher, daß es sich um die Wasserhaut handelt, deren Existenz aus mannigfachen Versuchen in ähnlicher Dicke gefolgert wurde.

Gegen die Annahme, daß es sich bei der Kontaktbildung und damit auch beim Mikrophon um die durch Druck vergrößerte Berührungsfläche der reinen Stoffe selbst handele, scheint mir folgende Überlegung zu sprechen. Wäre dem so, so müßten die härtesten Elektroden die größten Drucke bzw. Verschiebungen erfordern. Wenn man nun eine „weiche" Elektrode mit einer „harten" kombiniert, müßte die Kombination die Kontaktdistanz der weichen Elektrode, also die kleine, haben. Dem widerspricht nun das Experiment ganz eklatant. Die Kontaktdistanz ist bei allen untersuchten Kombinationen immer von der Größenordnung derjenigen des „harten" Metalls. Im ganzen wird man also den Schluß ziehen können, daß eine weiche, vielleicht zähe Oberflächenschicht von geringerer Leitfähigkeit die Erscheinungen bedingt, wie es auch den weiter behandelten Tatsachen nicht widersprechen würde. — Dafür und gegen eine Leitung durch freie Elektronen spricht auch, daß bei Vergrößerung der Galvanometerempfindlichkeit das Einsetzen des Stromes immer bei etwa der gleichen Einstellung der Mikrometerschraube gefunden wird, so daß der Übergang zu den von Rother gefundenen Strömen scheinbar fehlt. Doch bedarf das noch weiterer Untersuchung.

5. Mikrophoneffekt. Um die Mikrophonwirkung der Kontakte zu untersuchen, wurde in den Stromkreis ein Telephon von ca. 170 Ohm eingeschaltet und an dem Stativ, das den Apparat hält, ein Uhrwerk befestigt. Die Erschütterungen durch die Uhr genügen auch bei dieser starren Anordnung vollkommen, um gut hörbare Stromschwankungen hervorzurufen, wenn die Einstellung des Kontaktes innerhalb der Kontaktdistanz liegt. Am Galvanometer tritt beim Ingangsetzen oder Anhalten des Uhrwerks nur dann eine merkliche Stromänderung auf, wenn die Einstellung so gewählt ist, daß der Strom gerade beginnt.

Es zeigt sich, daß alle Metalle und Kombinationen mehr oder weniger gut als Mikrophon wirken, und zwar, soweit man schätzen kann, für gleiche Spannung mit um so größerer Lautstärke, je kleiner die Kontaktdistanz ist. Die Kontakte mit großer Lautstärke erfordern also sehr scharfe Einstellung und ändern sich daher unter Wärme- usw. -Einflüssen leicht. Es gelingt aber mit Metallen von mittlerer Kontaktdistanz, Wolfram und Chrom etwa, Mikrophone zu bilden, die stundenlang unreguliert wirksam bleiben und die dabei für dieselbe elektromotorische Kraft größere Lautstärke haben als das Kohlemikrophon. Mit einer geeignet angeordneten Spule, die auf einen Eisenhebel am Torsionsstab wirkte, wurde eine Art Telephonrelais hergestellt, das gute Konstanz zeigte. Bisher nicht versucht, aber als sehr gut möglich erscheint die Messung von Schallstärken durch solche Mikrophone, deren Zustand sich durch Beobachtung des Stromes kontrollieren und eventuell einregulieren läßt.

Die Art und Lautstärke des im Mikrophon gehörten Uhrgeräusches hängt von der Einregulierung der Kontaktentfernung ab. Beim Nähern hört man zunächst nur die einzelnen Stöße, scheinbar die Spitzen der Oszillationen. Bei weiterem Andrehen erscheint das ganze Uhrgeräusch mit seinen Feinheiten und dann,

wenn die Kontakte fester werden, werden wieder bloß Stöße gehört.

Die Spannung, die an das Mikrophon anlegbar ist, wird durch die Kohärerwirkung begrenzt, ist also größer für größere Schichtdicken und macht daher für die praktische Verwendung den Nachteil der für gleiche Spannung geringeren Lautstärke wieder wett. Bei Spannungen, welche der kritischen sich nähern, tritt das vom Telephon bekannte Sausen auf, vielleicht bewirkt dadurch, daß die Elektroden selbst in schnelle mechanische Schwingungen geraten.

Wenn man zwischen die Elektroden Flüssigkeiten bringt, wie Wasser, Petroleum, Paraffinöl, Salzlösungen, wird die Mikrophonwirkung meistens etwas schwächer ohne eine charakteristische Änderung zu erfahren, ebensowenig wie die mit Gleichstrom beobachtete Kontaktbildung.

Durch Einbringen und Elektrolysieren von Kupfer- und Silberlösungen zwischen entsprechende Elektroden waren die Mikrophonwirkungen auch an Metallflächen bei oder kurz nach der Entstehung zu beobachten. Sie sind zwar etwas schwächer als bei den kompakten Metallen in Luft, aber deutlich vorhanden. Die hypothetischen Oberflächenschichten müßten also in diesem Zustande schon da sein.

6. Gleichrichtereffekt. Bei solchen Elektrolysierversuchen wurde eine merkwürdige Gleichrichterwirkung beobachtet, die hier beschrieben sein mag, da sie nur bei kleinen Kontaktabständen auftritt und insofern ein gewisses Interesse beansprucht, als sie ein mögliches Modell gibt für die Gleichrichterwirkung der Kristalldektoren. Die Erscheinung ist folgende: Elektrolysiert man zwischen Spitze und Platte bei geeignet gewähltem kleinen Abstand einen kleinen Tropfen Kupfersulfatlösung (auch Silbernitrat), der über die Platte ausgebreitet ist, und die Spitze nur in möglichst kleiner Fläche berührt, so tritt Kurzschluß des Kontaktes ein, wenn die Spitze Kathode ist. Wird der Strom dann kommutiert, so daß sich das Kupfer auf der Platte niederschlägt, so löst sich dieser Kurzschluß selbsttätig und das Spiel läßt sich beliebig oft, auch recht schnell wiederholen. — Die Kristalle mit ausgeprägter Detektorwirkung haben nun, wie ich bei früheren Versuchen oft fand, und wie auch wohl sonst bekannt sein dürfte, häufig ganz feine Schichten oder Spalten, die besser leiten als ihre Umgebung. Wenn man die Kristalle verkupfert, so überziehen sie sich zunächst mit einem feinen Netzwerk von Metall. Auch scheint nur in der Nähe solcher Spalten die Gleichrichterwirkung aufzutreten. — Diese schmalen gut leitenden Streifen könnten nun die Rolle der Spitze in dem oben geschilderten Modellversuch übernehmen. Allerdings werden an diesen Spalten auch die gewöhnlichen Polarisationserscheinungen auftreten und vielleicht für sich schon ausreichen, die Detektorwirkung zu erklären.

7. Kohäreffekt. Wie oben schon erwähnt, tritt beim Überschreiten einer gewissen elektromotorischen Kraft im Stromkreis eine plötzliche Widerstandsverminderung ein, die Kohärerwirkung; ebenso auch bei der Einwirkung von elektrischen Schwingungen, die ich mangels anderer Hilfsmittel durch Funken einer kleinen Elektrisiermaschine herstellte. Am sichersten, wenn auch nicht am empfindlichsten, schienen mir hier, wie bei der Mikrophonwirkung Wolfram und Chrom zu arbeiten, weil bei ihnen die Kontaktdistanz einen größeren Wert hat und daher zwar das Ansprechen nicht so empfindlich ist wie etwa bei Silber, dafür aber das Entfritten sich regelmäßiger gestaltet. Einem solchen Kohärer fehlt, was das Ansprechen betrifft, jede Unregelmäßigkeit des Funktionierens. Die Kontaktentfernung muß so eingestellt sein, daß schon ein kleiner Strom fließt. Für größere Entfernungen ist die Empfindlichkeit sehr gering. Ist aber ein gewisser kleiner Strom vorhanden, so ist das Ansprechen auf schwache Schwingungen absolut sicher; bei langem Experimentieren habe ich nicht einmal erlebt, daß der Effekt ausgeblieben wäre. Im Gegenteil scheint es möglich zu sein, die Stromänderung als ein quantitatives Maß für die Schwingung zu benutzen. Schwierigkeiten und Unregelmäßigkeiten entstehen nur durch das Entfritten (das ich durch einen leichten Schlag gegen das Gestell bewirkte), und zwar namentlich dann, wenn die erregende Schwingung so stark war, daß die Widerstandsänderung vollständig war und ein Zusammenbacken stattfand. Bei dieser Entfrittung kommt es leicht vor, daß der ursprüngliche Wert des Widerstandes sich nicht wieder herstellt; bei einer neuen Messung reagiert der Kohärer dann in anderer Weise. Wenn man dann aber unter Beobachtung des Galvanometers die Kontaktentfernung so ändert, daß der ursprüngliche Strom wieder hergestellt ist, so wird auch die Wirkung merklich wieder die gleiche. Nimmt man diese Komplikation in Kauf, so ist der Kohärer in dieser Form ein zuverlässiges Instrument. Vor Messungen ist es gut, zunächst die stärkste Schwingung einmal auf den Kohärer wirken zu lassen, weil sich durch solche Einwirkung die Kontaktdistanz etwas verkleinern kann. — Übrigens ist natürlich für viele Zwecke auch der einfach abgeklopfte Kohärer in dieser stabilen Form

recht gut verwendbar und sicher viel zuverlässiger als die bisher benutzten Formen.

Einige Besonderheiten der Kohärerwirkung wurden beobachtet. Wenn der Kontakt sehr lose eingestellt ist, tritt für schwache Funken eine Widerstandsverminderung, für größere dagegen eine Widerstandsvermehrung, die sogenannte Antikohärerwirkung auf. Bei stärkerem Anpressen ist aber im allgemeinen für beide Fälle nur die normale Wirkung vorhanden. Die Anomalität ist besonders merklich bei den Elektroden mit großer Kontaktdistanz; namentlich Kohle und Wolframbronze zeigen sie ausgesprochen und leicht reproduzierbar. Man darf sich wohl vorstellen, daß sie gleiche Ursache hat, wie das bei großen Spannungen im Mikrophon auftretende Sausen, daß nämlich mechanische Schwingungen eine Lösung des Kontaktes hervorbringen.

Die Kohärerwirkung kann auch ohne Galvanometer, einfach mit Hilfe der Mikrophonwirkung verfolgt werden. Der Uhrton wird in gleicher Weise verändert wie beim Verringern der Entfernung durch die Schraube. Bei nicht zu starker Erregung und entsprechender Einstellung tritt eine selbsttätige Entfrittung ein, in diesem Zustande ist die Beobachtung besonders bequem. Unter gewissen Umständen, die allerdings nicht leicht reproduzierbar oder konstant zu halten sind, wird die Entfrittung so schnell, daß die einzelnen Funken im Telephon als Knacken gehört werden, eine einst im Köpselschen Kohlenkohärer benutzte Erscheinung. Aus allem folgt, daß die Kohärerwirkung wohl nur eine Folge der elektrostatischen Anziehung der Elektroden sein kann, wie es z. B. Blanc aus seinen Versuchen geschlossen hat, und daß die übrigen Theorien der Kohärerwirkung nicht Stich halten.

Versucht man nach einer starken Erregung des Kohärers, bei der die Widerstandsverminderung bis zu Ende gegangen ist, durch Zurückdrehen der Mikrometerschraube zu entfritten, so tritt das erst nach starkem Zurückdrehen der Schraube auf, entsprechend einer relativ großen Kraft zwischen den aufeinander gepreßten Metallteilen.

8. Zusammmenfassung.

Es wird eine Torsionsvorrichtung beschrieben, die es gestattet, Verschiebungen von 1 $\mu\mu$ sicher vorzunehmen.

Mit ihrer Hilfe werden die Stromänderungen beim Nähern der Elektroden eines Kontaktes verfolgt; die „Kontaktdistanz" für verschiedene Materialien wird in der Größenordnung 1—50 $\mu\mu$ gefunden.

Es gelingt damit, wirksame Metallmikrophone und zuverlässige Kohärer herzustellen.

Es erscheint wahrscheinlich, daß die Erscheinungen weichen, schlecht leitenden Oberflächenschichten zuzuschreiben sind.

Elektrolyse von Metallsalzen zwischen einander nahen Elektroden verschiedener Größe ergibt eine eigenartige Gleichrichterwirkung.

Saarbrücken 3, 8. April 1920.

(Eingegangen 10. April 1920.)

Beiträge zur Farbenlehre. II.

Die Helligkeit der Pigmentfarben.

Von F. W. Fritz Kohlrausch.

Entsprechend der Bemerkung am Schlusse der 1. Mitteilung[1]) soll versucht werden, die Helligkeit als eine Funktion der drei Erregungswerte r, b, g, und zwar als eine lineare Funktion derselben darzustellen, also $H = \beta b + \gamma g + \varrho r$. Ist man imstande, für mindestens drei Farben sowohl die zugehörigen Grunderregungen, als auch die Helligkeiten anzugeben, so sind die drei „Koeffizienten" ϱ, β, γ, die man wohl auch die „spezifischen Helligkeiten der Grundempfindungen" nennen könnte, bestimmbar. Hierzu bedarf es also eines Beobachtungsmaterials, das dem System der Helmholtz-Königschen Dreikomponententheorie fremd ist, nämlich der Helligkeitsmessungen. Ein eventuelles Mißlingen dieses Erweiterungsversuches würde keinen Gegenbeweis gegen die Grundlagen der Helmholtzschen Theorie liefern. Das Gelingen dagegen wird unsere Überzeugung von der Brauchbarkeit dieser Theorie wesentlich bestärken.

In einer eben im Druck befindlichen Arbeit hat F. Exner[2]) auf folgendem Wege zum erstenmal[3]) den Wert der drei „Koeffizienten" bestimmt: „Es wurden in drei Pigmenten, deren Farben den Grundempfindungen entsprechen, mit Vermeidung heterochromer Photometrie die Helligkeiten der gesättigten Anteile bestimmt und dann durch Mischung der Pigmente am Farbenkreisel zu Weiß die Verhältnisse, in denen die Helligkeiten der Grundempfindung im Weiß enthalten sind. Diese fanden sich zu $\varrho : \gamma : \beta = 1 : 0{,}756 : 0{,}024$." — Die für mein Auge bestimmten Werte wurden auf etwas

1) Vgl. diese Zeitschr. **21**, 403, 1920.

2) Wien. Ber. IIa, **129**, 12. II. 1920.

3) Anm. bei der Korrektur. Nachträglich finde ich, daß bereits A. Wenzel, gestützt auf das Königsche Beobachtungsmaterial, diese Koeffizienten für das Auge Königs berechnete, und die Werte erhielt:

$$\varrho = 0{,}822,\quad \beta = 0{,}017,\quad \gamma = 0{,}161,\quad \text{also}$$
$$\varrho : \gamma : \beta = 1 : 0{,}195 : 0{,}021.$$

direkterem Wege gefunden und stützen sich auf größeres Beobachtungsmaterial. Ihr Verhältnis ergab sich, wie vorgreifend bemerkt sei, zu $\varrho : \gamma : \beta = 1 : 0{,}618 : 0{,}047$; der Unterschied gegen Exners Werte wird wohl größtenteils in der Verschiedenheit der Augen begründet sein. Und zwar halte ich meine Augen für normal, also dem Durchschnitt entsprechend, weil bei dreijährigen farbenphysiologischen Übungen (Farbenmischungen am Kreisel oder an eigens hierzu konstruiertem Apparat, Helligkeitsvergleiche, Schwellenversuche u. dgl.) meine Angaben von den Hörern (Kunstgewerbeschüler und Maler) meist bis in die eben merklichen Nuancen bestätigt wurden.

Als Versuchsobjekt für die vorliegende Aufgabe dienten wieder die Ostwaldschen Pigmente, deren Analysenergebnis in der 1. Mitteilung (l. c.) enthalten ist. Die Anteile r, b, g sind demnach bekannt und es erübrigte nur eine nicht heterochrome Bestimmung der Helligkeit. Nicht heterochrom deshalb, weil bei heterochromer Photometrie, wie immer man sie sich auch erleichtern mag, das Auge nur auf „größte Ähnlichkeit" einstellt, was nicht gleichbedeutend zu sein braucht und, wie meine bisherige Erfahrung sagt, auch nicht gleichbedeutend ist mit „gleicher Helligkeit", solange die Unterschiedsmerkmale nicht nur in Helligkeitsunterschieden bestehen. Ganz aus der Welt schaffen läßt sich die Verschiedenfarbigkeit allerdings nicht, aber man kann den Farbunterschied beliebig klein machen und durch das Einschalten von „kleinen Stufen" zwischen zwei zu vergleichende sehr verschiedenfarbige Lichter die geforderte einfarbige Photometrie prinzipiell beliebig approximieren (F. Exner, l. c.). Praktisch ist allerdings eine Grenze dadurch gegeben, daß die erzielte Verkleinerung des systematischen Fehlers schließlich durch das Anwachsen der zufälligen Fehler, die sich auf den einzelnen Stufen addieren, illusorisch gemacht wird. Die Möglichkeit, solche Stufen einzuschalten, bietet der Ostwaldsche Farbenatlas, der ja überhaupt für derartige Versuchszwecke von unschätzbarem Wert ist. — Um also irgend zwei Farbblättchen mit der Bezeichnung m und $m + n$ aufeinander zu relationieren, wird zunächst m mit $m + 1$, dieses mit $m + 2$ usf. verglichen, bis man zu $m + n$ aufgestiegen ist. In einem 24 stufigen Farbenkreise sind dabei die Farbunterschiede zweier benachbarter Nummern bereits meistens so gering, daß ihre Photometrierung ohne jenen für das heterochrome Arbeiten so charakteristischen Widerwillen durchgeführt werden kann. Als Meßinstrument wurde das früher beschriebene Polarimeter benutzt. Unter den Öffnungen A und B lagen die zwei vom diffusen Tageslicht beleuchteten Pigmente; das vom Rochon-Prisma entworfene ordentliche Bild A_2 lag unmittelbar neben dem außerordentlichen B_1 und wurde durch Verdrehen des Okularnikol diesem an Helligkeit gleich gemacht. Sodann wurden die Pigmente vertauscht und der Versuch wiederholt. Aus den beiden Nikolstellungen α und β (Mittel aus mehreren Ablesungen) ergibt sich als Helligkeitsverhältnis $\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}$. Hat das Pigment mit der Nummer m die Bezugshelligkeit 1, so hat Nummer $m + n$ die Helligkeit

$$h_n = h_1 h_2 h_3 \ldots h_{n-1}.$$

Mißt man einen ganzen Farbkreis durch, bis man wieder zum Ausgangspunkt zurückkommt, so muß das Produkt aller gefundenen h-Werte 1 ergeben; ein gutes Kriterium für die prinzipielle Möglichkeit und für die Genauigkeit der Messung. Eine sorgfältige Durchmessung des Kreises ia (jedes h ist aus 18 Einzelbeobachtungen an verschiedenen Tagen bestimmt) ergab schließlich statt 1 den Wert 1,024; beim Kreis nc statt 1 den Wert 0,920. — Der jeweilig überbleibende Fehler — also 2,4 Proz. bzw. 8,9 Proz. wurde gleichmäßig auf alle Zwischenwerte verteilt. Auf diese Art wurden die relativen Helligkeiten innerhalb der Kreise ia, nc, pa erhalten. Um die „absoluten" Helligkeiten, bezogen auf irgendeinen gemeinsamen Standard (Normalweiß) zu bekommen, braucht man sich nur von einer, bzw. der größeren Genauigkeit zuliebe von mehreren passend verteilten Stellen der betreffenden Kreise aus über die ebenfalls im Atlas vorhandenen weißlichen Abkömmlinge bis zum reinen Weiß durchzumessen und mit Hilfe der so hergestellten Verbindungen zum Weiß die bereits bekannte Relativkurve in ihrer absoluten Höhe zu fixieren. Tabelle V enthält die Resultate; als Vergleichsweiß wurde dieselbe Papiersorte (weißer Karton), wie bei der Bestimmung der Remissionskurve benutzt.

Aus den Ergebnissen am Farbkreis nc wurden die Werte der Koeffizienten bestimmt, indem unter Hinzuziehung der in der 1. Mitteilung (l. c.) für jedes Papier bekannten r, b, g-Werte 24 Gleichungen der eingangs gegebenen linearen Form aufgestellt und aus ihnen die wahrscheinlichsten Werte der drei Unbekannten ϱ, β, γ mit kleinsten Quadraten gerechnet wurden. Wird die Helligkeit des Vergleichsweiß gleich 100 gesetzt, so sind die erhaltenen Zahlen:

$$\varrho = 0{,}683 \qquad \beta = 0{,}027_7 \qquad \gamma = 0{,}422.$$

Hat das Vergleichsweiß, wie dies bei der üblichen Darstellung der Königschen Grundempfindungskurven der Fall ist, den Wert 300, so sind obige Zahlen zu verdreifachen. In Fig. 1

Tabelle V.

Nr.	0	4	8	13	17	21	25	29	33	38	42	46
ia	76,2	76,7	70,8	66,3	66,1	67,0	66,3	58,1	49,2	35,6	29,2	28,0
nc	54,0	59,1	56,1	47,9	42,4	40,5	40,4	38,6	31,6	22,9	18,4	14,6
pa	73,0	68,7	64,7	55,2	50,9	43,2	42,8	36,6	27,4			

Nr.	50	54	58	63	67	71	75	79	83	88	92	96
ia	24,0	20,9	34,6	43,5	45,6	46,6	43,7	42,1	45,8	56,5	65,8	74,0
nc	14,0	18,5	22,9	29,2	30,1	29,1	30,1	28,8	29,7	32,6	38,6	47,4
pa										42,3	56,9	62,6

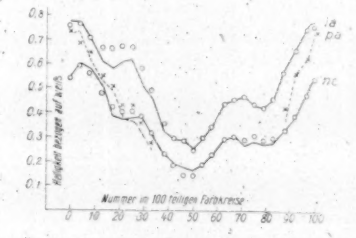


Fig. 1.

gibt die mit *nc* bezeichnete ausgezogene Kurve die Helligkeitsverteilung im Ostwaldschen *nc*-Kreis, gerechnet mit obigen Koeffizienten; die geringelten Stellen wurden beobachtet. Man sieht daraus, daß diese wahrscheinlichsten Werte mit Ausnahme von wenigen Abweichungen, insbesondere im roten Teil (Nr. 17—29), in der Tat eine gute Anpassung an alle Farben ermöglichen. Fast noch besser, wenn man wieder von den roten Farben absieht, ist die Übereinstimmung für den *ia*- und *pa*-Kreis, wo wieder die ausgezogene bzw. gestrichelte Kurve mit obigen Koeffizienten berechnet, die Ringe und Kreuze beobachtet wurden.

Man kann endlich noch versuchen, ob diese Koeffizientenwerte auch die Helligkeit der gesättigtsten unter allen objektiven Farben, nämlich der Spektralfarben, richtig wiedergeben. Direkte Bestimmungen der Helligkeitsverteilung im Interferenzspektrum der Sonne liegen vor für das Auge F. Exners, der dieselbe in der schon erwähnten neuesten Arbeit nach der Methode der kleinen Stufen bestimmte. Meine eigenen an der gleichen Apparatur durchgeführten Beobachtungen sind leider in Verlust geraten. Die Exnerschen Werte wurden so umgerechnet, daß die von der Helligkeitskurve umschlossene Fläche gleich ist der Summe der Flächen, die von den im gleichen Maßstab aufgetragenen Königschen Grundempfindungskurven umschlossen wird; d. i. 300. — In Tabelle III der 1. Mitteilung sind in der letzten Zeile einige Kurvenordinaten eingetragen. Werden weiter die ebenda gegebenen Ordinaten der drei Erregungskurven mit obigen Koeffizienten multipliziert, so sollte ihre dreifache (s. oben) Summe dieselbe Helligkeitsverteilung geben. Der Grad der Übereinstimmung ist aus Fig. 2 zu ersehen,

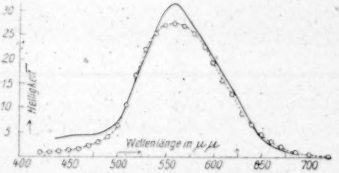


Fig. 2.

in der die ausgezogene Kurve auf diese Weise gerechnet, die gestrichelte Kurve von Exner beobachtet wurde. Die Abweichung bei den kleinen Wellenlängen $\lambda = 400$ bis $\lambda = 500$ rührt von der sekundären Erhebung in der Königschen Rotkurve her, die infolge des großen Wertes für ϱ stärkeres Gewicht bekommt. Es ist möglich, daß dieses Nichtübereinstimmen von Theorie und Experiment prinzipieller Natur ist, indem die Additivität der heterochromen Helligkeiten, die bei der Berechnung vorausgesetzt wurde, eben nur eine erste Annäherung ist, die sich bei den weniger gesättigten Farben bewährt, bei den gesättigten aber sich zur Darstellung als nicht genügend erweist. Versuche zur Klarstellung dieses Sachverhalts sind im hiesigen Institute im Gange. — Andrerseits wäre diese Diskrepanz auch verständlich in Rücksicht auf die schon mehrfach erwähnte Unsicherheit in der verwendeten Rotkurve. Gerade diese Kurve ist es, die auch für mein Auge anders zu verlaufen scheint, als für das Auge Königs (vgl. Fig. 2, 3 und 4). Eine exakte Prüfung und eine bindende Aussage kann wohl nur von homogenem Beobachtungsmaterial (hier ist die Individualität dreifach:

König, Exner, Kohlrausch) erwartet werden. Wie diese Abweichung aber auch aufgefaßt werden mag, eine gute erste Näherung scheint erreicht zu sein, eine Näherung, die jedenfalls zur Beschreibung der Helligkeitseigenschaften von Pigmentfarben vollauf ausreicht.

Fassen wir den Inhalt der 1. und 2. Mitteilung zusammen, so hat sich ergeben: Die spektrophotometrische Untersuchung des von Pigmentfarben zurückgeworfenen Lichtes liefert ein Zahlenmaterial, von dem ausgehend man auf der Basis der Helmholtzschen Theorie und unter Hinzunahme des Exnerschen Prinzips von der Additivität heterochromer Helligkeiten die drei Eigenschaften einer Farbe, nämlich Farbton, Sättigung und Helligkeit, zahlenmäßig angeben kann, und zwar in befriedigender Übereinstimmung mit der Erfahrung. Die Aussage gilt nur für eine bestimmte, den Versuchsbedingungen gleiche Beleuchtung (hier Tageslicht); sie gilt ferner streng genommen nur für dasjenige Auge, für das auch die verwendeten Grundempfindungskurven gelten, und ist somit nur insofern von allgemeiner Natur, als dieses Auge ein „normales", also ein dem Durchschnitt der trichromatischen Augen entsprechendes ist, und insofern man die Abweichungen in den Angaben „normaler" Augen untereinander vernachlässigen kann und will. Sie gilt endlich nur für zentrales Sehen, genügende aber nicht blendende Lichtstärke, ausgeruhtes und nicht etwa durch vorhergehendes Fixieren eines Musters ermüdetes Auge, für neutrale Umgebung des Objekts usw., kurz für alle jene Beobachtungsverhältnisse, die jedermann instinktiv aufsuchen wird, wenn er über eine Farbe ein Urteil erlangen will. — Der dreifache Inhalt der Aussage ist notwendig, denn zwei Farben, die zwei der Parameter gleich haben, können sich noch durch den dritten unterscheiden; er ist hinreichend, denn wenn zwei Farben alle 3 Parameter, Farbton, Sättigung und Helligkeit gleich haben, ist keine weitere Eigenschaft aufzeigbar, in der sie sich noch unterscheiden könnten. Zur Diskussion stünde höchstens noch, ob gerade diese Koordinaten es sind, die den Empfindungsinhalt am anschaulichsten beschreiben, und ob es nicht drei andere gibt, die ebenso richtig, aber anschaulicher sind. Mir scheint dies nicht der Fall zu sein.

Aus dem II. Physikalischen Institut der Universität Wien.

(Eingegangen 22. März 1920.)

Schallgeber und Schallempfänger. IV.

Von W. Hahnemann und H. Hecht.

Wir haben vor kurzem[1]) Apparate als Schallgeber untersucht, deren Erregung durch eine in einem konstanten Magnetfelde schwingende Spule erfolgt. Wir wollen jetzt die Umkehrung eines solchen Spulenschallgebers betrachten und die Gesetze ableiten, die für ihn als Empfänger gelten, wenn er sich in einem Schallfelde befindet und die Abbremsung der aufgenommenen Energie durch die in der schwingenden Spule hervorgerufenen Ströme erfolgt. Wir benutzen dazu wieder die schon beim Geber mit Erfolg angewandte Ersatzkreismethode und werden uns zunächst das rein elektrische Abbild des Spulenschallempfängers im Schallfelde schaffen müssen.

Der Spulenschallempfänger.

I. Der elektrische Ersatzkreis.

Das für den Geber gültige Schema der a. a. O. dargestellten Fig. 2 erfährt beim Übergang zum Empfänger insofern eine Änderung, als die erregende Maschine — jetzt das Schallfeld — direkt an den Klemmen der die schwingende Spule darstellenden Kombination von Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität angeschlossen zu denken ist. Wir erhalten auf diese Weise das Schema des durch einen Nutzwiderstand w_a geschlossenen Empfängers, wie es in Fig. 1 dieser Arbeit dargestellt ist.

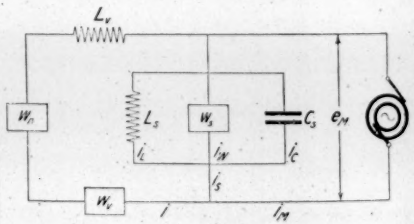


Fig. 1.

Wir sahen bereits früher, daß eine Erregung des Senders mit konstanter Kraft einer konstanten Stromstärke entspricht und, daß die mechanische Amplitude des Apparates mit der Spannung an dem elektrischen Ersatzkreise gleichbedeutend ist. Wird also der Empfänger mit konstanter Amplitude erregt, so müssen wir uns hierbei die Maschinenspannung e_M, d. h. die Spannung an dem elektrischen Ersatzkreise

1) Diese Zeitschr. **21**, 264, 1920; im folgenden mit a. a. O. bezeichnet.

konstant gehalten denken, während wir uns eine Erregung mit konstanter Kraft, d. h. eine Erregung durch ein Schallfeld, ähnlich wie beim Sender, durch einen konstanten Maschinenstrom i_M dargestellt denken müssen. Der Empfänger hat im Falle der Erregung durch konstante Kraft die größtmöglichste Amplitude, wenn er offen ist, da dann $i = 0$ ist und i_s seinen größten Wert gleich i_M annimmt. Bei allmählichem Schließen des Empfängers wird i_s und damit die Spannung am Ersatzkreise, d. h. die Amplitude immer kleiner. Nehmen wir L_v zu Null an, und betrachten einen Apparat mit steigendem Sender-Wirkungsgrade, so würde bei konstantem w_v, d. h. bei konstanten Strahlungsverhältnissen des Apparates w_s mit wachsendem η immer kleiner werden, um, wenn $\eta = 1$ ist, null zu werden. In diesem Falle wird für Kurzschluß, d. h., wenn auch noch $w_a = 0$ gemacht wird, $i = i_M$ und $i_s = 0$, und die Spannung am Ersatzkreise wird, da der Apparat vollständig kurz geschlossen ist, null, d. h., die mechanische Amplitude ist gleichfalls null geworden. Der Empfänger ist in diesem Falle vollständig schallhart und kann trotz seines Wirkungsgrades von 1 keine Energie aus dem Schallfelde aufnehmen.

II. Das Diagramm.

Während es für den Sender nur ein Diagramm gibt, und dieses ausreicht, um sein Verhalten unter allen Umständen darzustellen, hängt die Zahl der möglichen Empfänger-Diagramme von der Wahl des äußeren Schließungskreises ab. Da uns schließlich immer die Frage am meisten interessieren wird, wann der Empfänger die größte Nutzleistung abgibt, wollen wir das Diagramm aufstellen, das für fehlende oder durch eine passende Kapazität kompensierte Selbstinduktion L_v gilt, was, wie man wohl ohne jede nähere Untersuchung annehmen kann, Vorbedingung für höchste Ausnutzung des Empfängers im Schallfelde ist. Es wird also, um es nochmals ausdrücklich zu betonen, sowohl in diesem wie in dem folgenden Kapitel, das von der Dämpfung und der Nutzleistung handelt, die Selbstinduktion L_v zu Null angenommen. Das Diagramm der Fig. 2 gilt dann nur für einen Schließungskreis mit den beiden Widerständen w_a und w_v.

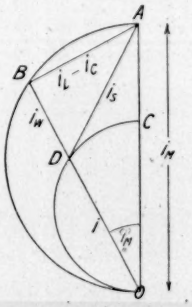


Fig. 2.

OA stellt nach Richtung und Größe den konstanten Strom i_M, d. h. die erregende Kraft des Schallfeldes dar. Die beiden Komponenten des Stromes i_M kann man entsprechend den a. a. O. gewählten und in Fig. 1 wiederholten Bezeichnungen schreiben:

$$i_M \cos \varphi_M = i_w + i$$
$$i_M \sin \varphi_M = i_L - i_C$$

mithin

$$\operatorname{tg} \varphi_M = \frac{i_L - i_C}{i_w + i}.$$

Der Phasenwinkel des aus L_s, C_s und w_s bestehenden Kreises, der in elektrischer Form die mechanisch-akustische Strahlungsleistung und die mechanisch leerschwingende Energie des Apparates enthält, ist, wie bereits a. a. O. angegeben,

$$\operatorname{tg} \varphi_s = \frac{i_L - i_C}{i_w} = \frac{2\pi x}{\mathfrak{d}_s},$$

worin x die prozentuale Verstimmung, von der Resonanz aus gerechnet, und $\mathfrak{d}_s$ die mechanische oder Senderdämpfung ist. Es wird also

$$\operatorname{tg} \varphi_M = \frac{1}{1 + \frac{i}{i_w}} \operatorname{tg} \varphi_s.$$

Da sich die Wattströme i und i_w umgekehrt wie die Widerstände ihrer parallel geschaltenen Zweige verhalten müssen, so wird, wenn wir noch w_s durch $\frac{\eta}{1-\eta} w_v$ ersetzen,

$$\operatorname{tg} \varphi_M = \frac{1 + \frac{w_a}{w_v}}{1 + \frac{w_a}{w_v} + \frac{\eta}{1-\eta}} \cdot \frac{2\pi x}{\mathfrak{d}_s}.$$

Diesen Winkel φ_M denken wir uns in O an OA angetragen. Da infolge Fehlens von L_v die Zustände symmetrisch zur Resonanzlage sind, beschränken wir uns auf die Zeichnung und Darstellung für die Verstimmung nach einer Seite. Ein über OA als Durchmesser beschriebener Halbkreis trifft den freien Schenkel des Winkels φ_M in B. Es ist daher

$$OB = i_w + i$$
$$AB = i_L - i_C.$$

Da, wie wir bereits sahen, unabhängig von der Frequenz

$$\frac{i}{i_w} = \frac{w_s}{w_n + w_v}$$

ist, so teilen wir die Strecke OA so, daß $OC : AC$ gleich diesem Verhältnis wird und beschreiben zu OC als Durchmesser einen zweiten Halbkreis, der, wie leicht nachzuweisen, die Strecke OB stets so teilt, daß

$$OD = i$$

und

$$BD = i_w$$

ist. Da der L_s, C_s und w_s durchfließende Strom i_s die vektorielle Summe von i_w und $i_L - i_C$ ist, so ist die Strecke $AD = i_s$. Im Resonanzfalle wird $i_L - i_C = 0$ und $\varphi_M = 0$, und das ganze Diagramm schrumpft zu der im Punkte C geteilten Geraden OA zusammen. Der wattlose Strom ist null geworden. Es ist

$$i_M = i + i_w$$

und i hat für gegebenes w_n und w_v seinen größtmöglichen Wert angenommen.

III. Dämpfung und Nutzleistung.

Wir behandeln auch in diesem Kapitel wieder nur den besonderen Fall, daß L_v von vornherein gleich null oder durch eine passende Kapazität kompensiert ist, da wir nur die Stelle größtmöglichen Energie-Entzuges aus dem Schallfelde betrachten wollen.

Die Dämpfungen bei offenem und geschlossenem Empfänger verhalten sich bei Erregung in konstantem Schallfelde umgekehrt wie die Resonanzamplituden. Bezeichnen wir mit $\mathfrak{d}_n$ bzw. $\mathfrak{d}_v$ die Nutz- bzw. Verlustdämpfung und mit $\mathfrak{d}_s$ die mechanische oder Senderdämpfung, die gleichzeitig die Dämpfung des offenen Empfängers ist, so ist also

$$\frac{\mathfrak{d}_s}{\mathfrak{d}_s + \mathfrak{d}_n + \mathfrak{d}_v} = \left(\frac{i_w}{i_M}\right)_{\text{Resonanz.}}$$

Da aber

$$\left(\frac{i_w}{i_M}\right)_{\text{Res.}} = \frac{w_n + w_v}{w_s + w_n + w_v}$$

ist, so wird

$$\frac{\mathfrak{d}_n + \mathfrak{d}_v}{\mathfrak{d}_s} = \frac{w_s}{w_n + w_v}$$

oder in Worten, wie es bei parallel geschalteten Widerständen von vornherein zu erwarten war: die Dämpfungen verhalten sich umgekehrt, wie die entsprechenden Bremswiderstände.

Bei Empfängerkurzschluß ist $w_n = 0$ und $\mathfrak{d}_n = 0$. Führen wir den Wirkungsgrad η ein, so erhalten wir für diesen Fall die maximale Dämpfungserhöhung

$$\Delta\mathfrak{d} = \frac{\eta\,\mathfrak{d}_s}{1 - \eta} = K.$$

Es tritt hier die gleiche Konstante auf, der wir schon beim Spulenschallgeber begegnet sind, und die auch die Eigenschaften der nach dem Telephonprinzip gebauten Schallgeber und Schallempfänger bestimmte.

Diese Dämpfungserhöhungen bei Kurzschluß des kompensierten Empfängers sind experimentell leicht zu bestimmen und liefern in der Konstanten ohne weiteres ein Maß für die Güte des Apparates. Umgekehrt können sie, wenn Senderwirkungsgrad und -dämpfung auf andere Weise bestimmt sind, dazu dienen, die Theorie zu kontrollieren. So wurde beispielsweise bei einem Apparat, der als Schallgeber einen Wirkungsgrad von 0,60 und eine Dämpfung von 0,02 besaß, wenn er als Empfänger durch eine seine Selbstinduktion kompensierende Kapazität kurzgeschlossen wurde, eine Dämpfungserhöhung von 0,030 gemessen; und das ist der gleiche Betrag, der sich aus η und $\mathfrak{d}_s$ ergibt. Bei halber Kapazität betrug die Dämpfungserhöhung 0,019, bei doppelter 0,023.

Diese bei Kurzschluß eintretenden Dämpfungserhöhungen sind allerdings die größtmöglichen, die mit dem Empfänger zu erzielen sind. Nutzdämpfung und Nutzleistung aber, auf die es uns im allgemeinen wohl am meisten ankommen wird, sind hierbei null. Da

$$\frac{\mathfrak{d}_n}{\mathfrak{d}_v} = \frac{w_n}{w_v}$$

ist, können wir unsere obige Gleichung nach Ersatz von w_s durch w_v und den Wirkungsgrad auch schreiben

$$\frac{\mathfrak{d}_n}{\mathfrak{d}_s} = \frac{\eta}{1 - \eta} \cdot \frac{w_n \cdot w_v}{(w_n + w_v)^2}.$$

Dieser Ausdruck erreicht sein Maximum für $w_n = w_v$, und in diesem Falle wird

$$\left(\mathfrak{d}_n\right)_{\text{max. 4}} = \frac{K}{4}.$$

Von gleicher Größe ist $\left(\mathfrak{d}_v\right)_{\text{max.}}$ und daher im Falle der größten Nutzdämpfung

$$\left(\mathfrak{d}_n + \mathfrak{d}_v\right)_{\text{max. 2}} = \frac{K}{2}.$$

Mit der Bedingung für die größte Nutzdämpfung ist die größte Nutzleistung, wie wir in einer früheren Arbeit[1]) gesehen haben, nur

1) Diese Zeitschr. **20**, 245, 1919.

so lange identisch, als $\frac{\mathfrak{d}_n + \mathfrak{d}_v}{\mathfrak{d}_s}$ klein gegen 1 ist, d. h. nur für ganz schwach abgebremste oder abbremsbare Empfänger.

Nennen wir die Nutzleistung W_n, so wird

$$W_n = i^2 w_n.$$

Da

$$\frac{i}{i_M} = \frac{w_s}{w_s + w_n + w_v}$$

ist, so wird

$$W_n = i_M^2 \frac{w_s^2 w_n}{(w_s + w_n + w_v)^2}.$$

Befindet sich der Empfänger in einem konstanten Schallfelde, so ist i_M konstant, und daher tritt das Maximum von W_n abhängig von w_n für

$$w_n = w_s + w_v = \frac{w_n}{1 - \eta}$$

auf.

Wir erkennen hieraus, wie wir einen gegebenen Empfänger bei nicht vorhandener oder kompensierter Selbstinduktion schließen müssen, um von ihm das Maximum an Nutzleistung zu erhalten. Wie man bemerkt, sind die früheren Bedingungen für maximale Nutzdämpfung und die jetzigen für maximale Nutzleistung praktisch gleich für sehr kleine η, d. h. für wenig abbremsbare Empfänger.

IV. Die Abstimmung.

Wie beim elektromechanischen Transformator ist auch beim Spulenschallempfänger mit vorhandener Selbstinduktion L_v die Resonanzlage vom äußeren Schließungskreise abhängig. Diese Abhängigkeit ist bei praktischen Ausführungen im allgemeinen wieder nur eine geringe, doch experimentell noch gut nachweisbar und zur Kontrolle der Theorie ebenso wie die Dämpfungserhöhung bei Kurzschluß sehr brauchbar.

Die mechanische oder Sender-Resonanz[1]) tritt ein, wenn die Spannung am elektrischen Ersatzkreise, d. h. entsprechend der a. a. O. dargestellten Fig. 2 der Strom i_w in w_s sein Maximum erreicht und gleich i wird. Mit dieser Resonanzfrequenz muß die Resonanzfrequenz des offenen Empfängers zusammenfallen. Verschieden hiervon wird aber die Resonanzfrequenz des geschlossenen Empfängers sein, da bei vorhandener Selbstinduktion L_v im Schließungskreise noch wattlose Ströme auftreten, die, wie wir sehen werden, eine Verschiebung der Resonanzfrequenz bedingen müssen. Wir wollen beispielsweise die Resonanzfrequenz des kurz, d. h. nur durch w_v und L_v geschlossenen Empfängers berechnen.

Während die Bedingung für die Resonanzlage des offenen Empfängers geschrieben werden kann

$$i_L = i_C,$$

ist diejenige des geschlossenen Empfängers

$$i \sin \varphi_v + i_L = i_C,$$

wenn φ_v die Phasenverschiebung im äußeren, vom Strom i durchflossenen Schließungskreise ist.

Nennen wir die Resonanzfrequenz des kurz geschlossenen Empfängers ω_e, so ist

$$\omega_e L_v = \frac{e_M}{i} \sin \varphi_v,$$

und daher die Bedingungsgleichung für Resonanz

$$\frac{e_M}{\omega_e L_v} \sin^2 \varphi_v + \frac{e_M}{\omega_e L_s} = e_M \omega_e C_s.$$

Unter Benutzung der Beziehung

$$\omega_R^2 L_s C_s = 1$$

geht diese Gleichung über in

$$\left(\frac{\omega_e}{\omega_R}\right)^2 = 1 + \frac{L_s}{L_v} \sin^2 \varphi_v.$$

Da, wie a. a. O. abgeleitet,

$$L_s = \frac{\eta \mathfrak{d}_s}{1 - \eta} \cdot \frac{w_v}{\pi \omega_R} = \frac{K w_v}{\pi \omega_R}$$

und

$$L_v = \frac{w_v \operatorname{tg} \varphi_v}{\omega_R}$$

ist, so wird

$$\frac{L_s}{L_v} = \frac{K}{\pi \operatorname{tg} \varphi_v}$$

und daher

$$\left(\frac{\omega_e}{\omega_R}\right)^2 = 1 + \frac{K \sin \varphi_v \cos \varphi_v}{\pi}.$$

Ist der letztere Ausdruck klein gegen 1, so erhält man für das Verhältnis der Resonanzfrequenz des kurz geschlossenen zu derjenigen des offenen Empfängers bzw. des Senders die Gleichung

$$\frac{\omega_e}{\omega_R} = 1 + \frac{K \sin \varphi_v \cos \varphi_v}{2\pi}\,^1).$$

Wie man erkennt, wird die Änderung der Resonanzfrequenz des Empfängers null, bei Apparaten mit verschwindender freier Selbstinduktion L_v oder bei sehr kleinem K, d. h. bei geringen Wirkungsgraden. Andererseits kann

1) Es ist im folgenden immer Amplitudenresonanz und nicht Leistungsresonanz gemeint.

1) Diese Verstimmungen des Empfängers, die im allgemeinen nur wenige Promille betragen, sind experimentell bestätigt.

man stets eine die Wirkung der freien Selbstinduktion kompensierende Kapazität in den Schließungskreis einschalten, wie sich schon gelegentlich der Maßnahmen zur Erhöhung der Dämpfung und der Nutzleistung als nützlich erwies, und hierdurch die Resonanzlage wieder zurückschieben. Macht man die kompensierende Kapazität jedoch kleiner, so daß der Strom i im äußeren Schließungskreise voreilend wird, so verschiebt sich die Resonanzlage nach der anderen Seite, d. h. wird kleiner als ω_R. Dies geht so lange, bis der Empfänger „zu offen" wird und wieder in seine eigentliche Resonanzlage zurückkehrt.

Zusammenfassung.

Nachdem in einer früheren Arbeit der Spulenschallgeber behandelt ist, haben wir in der vorliegenden Abhandlung die Umkehrung dieses Apparates als Schallempfänger im konstanten Schallfelde betrachtet, wobei die Abbremsung durch elektrische Ströme hervorgerufen wird, die eine in einem konstanten Magnetfelde schwingende Spule durchfließen. Es sind ein besonders einfaches Diagramm, das den Fall der größtmöglichsten Nutzleistung enthält, gegeben und die Bedingungen für die maximale Nutzdämpfung und die maximale Nutzleistung berechnet. Die Resonanzlage ist im allgemeinen abhängig vom Schließungszustande, indem wattlos schwingende elektrische Energien zu den mechanischen hinzutreten. Die hierdurch eintretenden Verstimmungen sind berechnet worden. Die theoretischen Resultate sind durch gelegentlich kurz mitgeteilte experimentelle Ergebnisse gestützt.

Kiel, im April 1920.

(Eingegangen 8. Mai 1920.)

Luftverflüssigung und Zustandsgleichung.

Von K. Schreber.

Die bekannte Thomsonsche Gleichung für die Drosselwirkung läßt sich leicht umformen zu:

$$\omega = \frac{A}{c_p}\left(T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v\right),$$

$$\omega = \frac{AT^2}{c_p \cdot p}\left(\frac{\partial \frac{pv}{T}}{\partial T}\right)_p.$$

Aus dieser Form erkennt man, daß die Stellen, an denen ω zu o wird, zusammenfallen mit den Stellen, an denen $pv/T = P$ seinen Größtwert in bezug auf T hat.

Zeichnet man sich nun $P = f(T)$ auf, so verlaufen die Linienzüge in den Teilen des Feldes, wo die Beobachtungsbereiche der verschiedenen Beobachter übereinander fallen, sehr gut ineinander. Man kann sich, namentlich wenn man auch noch die Linienzüge anderer Stoffe unter Berücksichtigung der Lehre von den übereinstimmenden Zuständen zu Hilfe nimmt, ein sehr gutes Bild vom vollständigen Verlauf zwischen -140^0 und $+200^0$ machen.

Verbindet man die Größtwerte miteinander, so erhält man für die Umkehrpunktslinie die Gleichung

$$p^2 = a\,(T_u - T).$$

Sie ist also im p-T-Felde eine Parabel, deren Achse mit der T-Achse zusammenfällt und deren Scheitel in T_u liegt. Sie schneidet aus diesem Feld ein Stück heraus, welches von ihr und den beiden Achsen begrenzt wird. In diesem Stück tritt Abkühlen, außerhalb Erwärmung ein.

Die aus der van der Waalsschen Gleichung und ihren Abänderungen folgenden Umkehrpunktslinien sind, wenn man sich das P-t-Feld ansieht, ganz unmöglich. Sie sind im p-T-Feld Parabeln oder parabelartige Linien, deren Achse parallel der p-Achse und so weit verschoben ist, daß beide Äste die T-Achse in endlichen Temperaturen schneiden. Überträgt man diese Umkehrpunkte mit Hilfe der Thomsonschen Gleichung in das P-t-Feld, so sollte jede Isobare in diesem Felde 2 Größtwerte haben, zwischen denen natürlich ein Kleinstwert liegen müßte, für den dann $\partial P/\partial t$ ebenfalls zu o wird, so daß zu jedem Druck 3 Umkehrpunkte gehören würden, was bis jetzt noch nirgends beobachtet ist. Ein solcher wellenartiger Verlauf von $P = f(t)$ widerspricht aller Wahrscheinlichkeit; dazu ist, wie oben schon gesagt, das P-t-Feld zu sehr untersucht.

Jakob hat eine ähnlich parabelartig verlaufende Linie für die Umkehrpunkte abgeleitet, die also aus demselben Grunde unmöglich ist. Er stützt sie durch unmittelbare Verwertung der Beobachtungen Amagats. Die Art, wie er aus diesen die Größtwerte herleitet, erweckt Bedenken. Er zeichnet im P-p-Feld die Isothermen und bestimmt den zu einem Schnittpunkt gehörenden Druck. Diesem ordnet er das Mittel der Temperaturen der sich schneidenden beiden Isothermen zu. Geometrisch kommt das darauf hinaus, daß man im P-t-Feld durch die Isobaren Linien parallel zur t-Achse legt und die zum Mittelpunkt der Sehne gehörende Temperatur als die zum Druck der Isobare gehörende Umkehrpunktstemperatur ansieht. So lange der abgeschnittene Bogen als Kreisbogen betrachtet werden darf, ist das Verfahren genau

richtig, und wenn der Krümmungsradius zwischen den beiden Schnittpunkten sich nicht zu sehr ändert, darf man es auch noch gelten lassen, wenn kein Kreisbogen vorliegt. Die Anwendung dieses Verfahrens auf die Beobachtungen ist aber sonderbar. Amagat hat 4 Isothermen beobachtet, 0°, 16°, 100°, 200°. Das ergibt $4 \cdot 3/2 \cdot 1 = 6$ Schnittpunkte. Von diesen benützt er nur die 3, welche in seine Linie passen. Zeichnen wir alle 6 in das P-t-Feld ein, so fallen 5 sehr schön in die Nähe der Linie, welche die oben angeführte Parabel ergibt; wie das ja auch selbstverständlich ist, denn es liegen beiden Bestimmungsverfahren dieselben Beobachtungen zugrunde. Nur der 6. fällt aus der Reihe und das ist gerade der, auf den Jakob sich besonders stützt. Es ist der Schnittpunkt der Isothermen 0° und 16°. Bedenkt man, daß diese beiden Isothermen nahezu parallel verlaufen, so erkennt man, daß ein Beobachtungsfehler, entweder schon bei Amagat, wie ihn Holborn z. B. vermutet, oder beim Ausziehen der Linien, gerade hier von sehr großem Einfluß ist. Die Möglichkeit eines großen Einflusses der Beobachtungsfehler gerade bei diesem Punkt, auf den er sich so sehr stützt, hätte Jakob hervorheben müssen; so ist die Stelle geradezu irreführend.

Aus der Umkehrpunktslinie folgt, wenn zunächst einmal die spezifische Wärme als unveränderlich angesehen werden soll:

$$\omega = \frac{A - Bp^2}{T} - C.$$

Für die Linien unveränderter Temperatur erhalten wir hieraus: $-(\omega - a) = Bp^2/T$, wo $a = A/T - C$ ist. Die Linien gleicher Temperatur sind also Parabeln, deren Achse mit der negativen ω-Achse zusammenfällt, deren Parameter $^1/_2 T$ ist und deren Scheitel auf der ω-Achse mit der Temperatur veränderlich ist. Für kalte Temperaturen ist a groß und der Parameter klein, der in Frage kommende Parabelast hängt also sehr spitz von dem hoch gelegenen Scheitel herunter. Wird die Temperatur wärmer, so rückt der Scheitel weiter herunter, gleichzeitig wird der Parameter größer, also die Parabel breiter. Dieses gleichzeitige Herunterrücken des Scheitels und Verbreitern der Parabel veranlaßt, daß sich die Isobaren schneiden können. Im Beobachtungsbereich Noells kommt das bei den ausgewählten Drucken nicht vor, wohl aber, wenn man aus den Beobachtungen von Bradley und Hale nach der von Plank gegebenen Formel ω ausrechnet. Wird die Temperatur so kalt, daß $a = 0$ wird, so fällt der Scheitel mit dem Nullpunkt des Feldes zusammen und alle Punkte liegen im negativen Bereich von ω, d. h. es findet nur Erwärmung statt.

Gerade Linien, wie Noell im Anschluß an Vogel annimmt, sind die Isothermen nicht. Im Beobachtungsbereich ist allerdings die Abweichung kleiner als die Beobachtungsfehler, so daß die parabolische Form nicht zu erkennen war.

Um die Abhängigkeit der Linien gleichen Druckes von der Temperatur zu übersehen, schreiben wir die Gleichung in der Form

$$(\omega + C) \cdot T = -Bp^2 + A.$$

Die ω-T-Linien sind also Hyperbeln, deren eine Achse die ω-Achse ist, während die andere eine Parallele zur T-Achse im Abstand C ist. Für schwache Drucke, $p = 0$, ist die Halbachse der Hyperbel gleich A. Sie wird immer kleiner, je stärker die Drucke werden, und wenn $Bp^2 = A$ geworden ist, fällt die Hyperbel mit den Achsen zusammen. Bei noch stärkeren Drucken schlägt die ω-Achse nach der negativen Seite um: es gibt überhaupt keine Abkühlung mehr, nur noch Erwärmung. Ist für einen festgehaltenen Druck $A - Bp^2 = CT$ geworden, so ist $\omega = 0$, die Isobare schneidet die T-Achse und aus Abkühlung wird Erwärmung.

Auch hiermit stimmen die Beobachtungen von Noell sowohl wie von Bradley und Hale überein, namentlich die Werte für schwache Drucke zeigen sehr deutlich den hyperbolischen Verlauf. Bei den starken Drucken und kalten Temperaturen, welche Bradley und Hale erreicht haben, tritt aber eine Krümmung auf, welche der Hyperbel widerspricht. Das ist die Folge der Vernachlässigung der Veränderlichkeit der spezifischen Wärme. Der Zustandspunkt hat sich bei diesen Werten schon so sehr der Grenzlinie des Naßdampfgebietes genähert, daß die Veränderlichkeit der spezifischen Wärme von Einfluß ist. Nehmen wir die beobachteten Werte von ω mit der spezifischen Wärme mal, so wird der hyperbolische Verlauf der Linien wieder hergestellt, d. h. unsere Gleichung stellt nicht ω dar, sondern $\omega \cdot c_p$.

Setzen wir den gefundenen Ausdruck für ωc_p in die Thomsonsche Gleichung ein und fassen die Umrechnungszahl der Wärme in Arbeit mit den übrigen Festwerten zusammen, so erhalten wir:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_p = \frac{p}{T^2}\left[\frac{A - Bp^2}{T} - C\right].$$

Das ergibt:

$$P = \frac{pv}{T} = p\left[-\frac{A}{2T^2} + \frac{Bp^2}{2T^2} + \frac{C}{T}\right] + f(p).$$

Aus der Aufzeichnung der Beobachtungen, namentlich von Wittkowski und von Holborn und Schultze, im P-t-Felde erkennt man, daß

für $p = 0$ der Grenzwert $P = R$ erreicht wird. Also ist

$$\frac{pv}{T} = R + \frac{p}{T}\left[-\frac{a}{T} + \frac{bp^2}{T} + c\right]$$

oder

$$v = \frac{RT}{p} - \frac{a}{T} + \frac{bp^2}{T} + c.$$

Ob diese neue Zustandsgleichung den allgemeinen Bedingungen genügt, die an eine solche gestellt werden müssen, soll an Beobachtungen geprüft werden, welche das Naßdampfgebiet durchschneiden. Ich nehme aus den Beobachtungen von Amagat die 20°-Isotherme. Diese besteht aus zwei Ästen, welche durch eine gerade Linie verbunden sind. Für den Vergleich der Zustandsgleichung mit der Wirklichkeit muß diese gerade Linie durch einen stetigen Linienzug ersetzt werden. Im Anschluß an Thomson hat van der Waals eine Schlangenlinie angewendet. Man kann aber auch einen Linienzug nehmen, welcher eine Schleife bildet. Eine solche hat den Vorzug, daß im P—p-Felde auf dem ganzen Linienzug von $p = 0$ bis $p = \infty$ der Krümmungsmittelpunkt stets auf derselben Seite der Linie bleibt. Amagat hebt ausdrücklich hervor, daß der die Flüssigkeit darstellende Ast eine Krümmung besitzt, deren Mittelpunkt nach der Seite der p-Achse liegt. Beide Ergänzungen verhalten sich zueinander wie die geschweifte zur verschlungenen Zykloide. Der Satz von Clausius-Maxwell, daß die zwischen Ergänzung und gerader Linie liegenden Flächen die Summe 0 haben, bleibt natürlich auch hier erhalten. Es ist nur zu beachten, daß die Fläche der Schleife das entgegengesetzte Vorzeichen hat wie die an ihrem Scheitel stoßende Fläche. Für die hier vorzunehmende allgemeine Besprechung ist übrigens die Art der Ergänzung zunächst noch gleichgültig.

Für irgendeinen festgehaltenen Wert von P verlangt die Linie der Beobachtungen 2 Werte von p; dieser Bedingung genügt die Gleichung ohne weiteres. Ferner verlangt die Linie, daß für ein gewisses Gebiet von p jedem Wert von p 3 Werte von P entsprechen, während außerhalb jenes Gebietes nur 1 Wert von P auftreten darf. Die Gleichung muß also in bezug auf P vom dritten Grade sein und innerhalb des erwähnten Gebietes 3 reelle Wurzeln haben, außerhalb aber 1 reelle und 2 imaginäre. Diese Bedingung ist noch nicht erfüllt, sie wird es aber, wenn man im Verbesserungsglied der zweiten Form p mit Hilfe der einfachen Zustandsgleichung durch v ersetzt. Sie läßt sich dann leicht umformen zu:

$$v^3 - \left[\frac{RT}{p} - \frac{a}{T} + c\right] v^2 - bR^2 T = 0,$$

also eine Gleichung dritten Grades in v wie verlangt.

Der Vergleich der neuen Zustandsgleichung mit der van der Waals läßt sich am besten an diese Form anknüpfen, der die aus der letzteren abgeleitete gegenübersteht:

$$v^3 - \left[\frac{RT}{p} + b\right] v^2 - \frac{a}{p} v + \frac{ab}{p} = 0.$$

Im Beiwert von v^2 tritt jetzt ein Glied a/T auf, welches die in so vielen Abänderungsvorschlägen gesuchte Abhängigkeit von T bringt. Ein von v linear abhängiges Glied fehlt und das von v unabhängige Glied enthält T an Stelle von p.

Den Einfluß der Temperatur bei unverändert gehaltenem Druck übersieht man am bequemsten, wenn man die Zustandsgleichung in der Form schreibt:

$$v - c = \frac{R}{p} T - \frac{a - bp^2}{T}.$$

Der gasige Ast ist also eine durch $v = +c$ gehende gerade Linie, von der ein hyperbolisch abnehmendes Glied abgezogen werden muß. Auch das entspricht den Beobachtungen. Will man den flüssigen Ast und die Verdampfung in die Besprechung einbeziehen, so muß man die Gleichung dritten Grades in v nehmen, welche sich natürlich schwerer übersehen läßt.

Sollten die drei aus den Beobachtungen zu errechnenden Festwerte a, b, c keinen hinreichenden Anschluß an die Beobachtungen ergeben, so daß man noch ein weiteres Glied hinzunehmen muß, so muß man dazu auf den Ausgangspunkt, auf die Umkehrpunktslinie zurückgreifen. Für deren Bestimmung steht zurzeit im P-t-Felde das doch nur recht schmale Gebiet zwischen 0° und 200° zur Verfügung, in welchem die Isobaren recht flach verlaufen. Die Festwerte in der Umkehrpunktslinie sind also nicht sehr genau. Deshalb kann die Frage entstehen, ob die Form an sich genau ist. Man kann daran denken, ein in p lineares Glied hinzuzunehmen. Das würde bedingen, daß die Achse der Parabel parallel mit sich verschoben wird. Eine solche Verschiebung ist nicht sehr wahrscheinlich, denn es ist naturgemäß, daß die Umkehrpunktslinie senkrecht in die T-Achse einschneidet. Tritt aber doch eine solche Parallelverschiebung der Achse ein, so darf sie nur nach der negativen Seite der p-Achse stattfinden, denn daß für einen endlichen Druck eine heißere Umkehrtemperatur vorhanden sein sollte als für $p = 0$, ist ganz unwahrscheinlich.

Möglich dagegen ist, daß ein Glied mit p^3 in die Gleichung eingeht. Leider sind die zurzeit vorliegenden Beobachtungen der Drosselwirkung nicht genau genug, um das leicht entscheiden zu lassen.

Die ausführliche Entwicklung der neuen Zustandsgleichung mit rechnerischen und zeichnerischen Belegen wird demnächst in der Zeitschr. f. kompr. u. flüssige Gase erscheinen.

(Eingegangen 10. April 1920.)

Mach und die „Realität der Außenwelt".

Von Gabriele Rabel.

In einem in Dorpat gehaltenen und kürzlich im Druck erschienenen Vortrag über „Physik und Erkenntnistheorie"[1]) charakterisiert W. Wien die Machsche Weltanschauung in folgender Weise: „Machs Gedanke war der des sogenannten Konszientialismus, der nur den unmittelbaren Empfindungen Realität zuschreiben will". Und weiterhin noch deutlicher: „Man wird zugeben müssen, daß der Mensch eines strengen Beweises für die Realität nicht fähig ist.... Auch der gewandteste Dialektiker wird zugeben müssen, daß er sich geirrt hat, wenn wir ihm einen Fehler beim Zusammenzählen nachweisen können. In diese Lage werden wir den Anhänger des Konszientialismus niemals bringen können. Wer den Machschen Positivismus annehmen will, wird auch das Recht beanspruchen können, seiner Meinung zu folgen. Allerdings ist diese dem physikalischen Standpunkt entgegengesetzt. Der Physiker muß nicht nur die Existenz der Außenwelt voraussetzen, sondern auch, daß sie von uns begriffen werden kann".

Nach all dem muß offenbar jemand, der die Machschen Schriften nicht kennt, zu der Meinung kommen, daß Mach im Gegensatz zu den Physikern nicht nur die Begreifbarkeit der Außenwelt leugnet, sondern sogar ihre Existenz. Gegen diese Beschuldigung — anders kann ich es wohl nicht nennen — möchte ich den verstorbenen Gelehrten, der sich nicht mehr selbst wehren kann, durch Worte verteidigen, die er bei einer ganz ähnlichen Gelegenheit an mich gerichtet hat. Damals hatte Boltzmann in seinen an der Wiener Universität gehaltenen Vorlesungen über Naturphilosophie den Psychomonismus mit einiger Ironie besprochen und unter dessen Vertretern auch Mach genannt. Das veranlaßte mich zu einem Fragebrief, dessen Konzept ich mir aufbewahrt habe und den ich mit veröffentlichen muß, damit Sinn und Meinung von Machs Antwort deutlich zum Ausdruck kommt.

Hochverehrter Herr Hofrat! Zu meinem großen Erstaunen muß ich immer öfter die Erfahrung machen, daß selbst Ihre anscheinend so klaren und nicht mißzuverstehenden Worte verschiedenen Interpretationen ausgesetzt sind. Von seiten hervorragender Universitätslehrer hörte ich Sie wiederholt — und erst heute wieder — als einen Sensualisten oder gar Psychomonisten charakterisieren, als Einen, für den die Welt nur aus Empfindungen besteht und der nur das Psychische als real ansieht. Die Männer, die solches behaupten, stehen zu hoch als daß ich mich entschließen könnte, ohne weiteres ihre Auffassungen als falsch zu bezeichnen und ihnen meine eigene als die allein richtige gegenüberzustellen. Und doch! — so oft ich mir die einleitenden Seiten der Analyse der Empfindungen in die Erinnerung zurückrufe, so oft ich an die Elemente *ABC* usw. und deren Beziehungen denke, setzt sich aufs neue das Gefühl in mir fest, daß Ihnen nichts ferner liegt als psychomonistische Neigungen.

Avenarius soll gesagt haben: „es gibt weder ein Psychisches noch ein Physisches, es gibt nur das Dritte". Was das Dritte sei, darüber hat er sich nicht ausgesprochen, und es ist ja auch so unendlich schwer in Worte zu fassen. Ist es die Energie? Ist es das Gesetz? Ist es — der Funktionsbegriff? Wenn meine Interpretation Ihrer Ansichten die richtige ist, dann würden Sie, h. H., den obigen Satz des Avenarius unterschreiben und dann wäre in der Tat der Funktionsbegriff für Sie das gesuchte Dritte. Und wenn dies der Fall ist, dann möchte ich Sie herzlich bitten, irgendeine Gelegenheit zu ergreifen, um Ihren Standpunkt nochmals und noch unzweideutiger als bisher kundzugeben. Usw.

Auf diese Interpellation erhielt ich folgende Antwort:

Hochgeehrte Frau! Wenn ein Gelehrter, in seine Gedanken eingesponnen, aus den Worten eines Autors nur seine eigenen Gedanken herausliest, nur bemerkt, was zu diesen stimmt oder nicht stimmt, so ist dies nach meiner 40jährigen Erfahrung nicht besonders erstaunlich, für den Autor nicht gerade beunruhigend. Denn es kommen immer andere nach, die genauer und unbefangener lesen, wie dies Ihr Brief zeigt, der nicht vereinzelt geblieben ist. Schließlich ist ein richtiger Gedanke auch nicht auf einen Autor, auf einen Kopf angewiesen; er tritt gewöhnlich in mehreren oder vielen Köpfen zugleich auf und dringt einmal durch, sobald er reif geworden und das Bedürfnis für denselben sich entwickelt hat.

Namen dürfen uns nicht schrecken. Den meisten Naturforschern und vielen Philosophen,

1) W. Wien, Neuere Entwicklung d. Physik, Leipzig, Barth 1919.

die es nicht eingestehen, ist der Gedanke insgeheim sehr sympathisch. alles Psychische sei aus dem Materiellen ableitbar. Wenngleich dieser Materialismus einen Haken hat, so ist er doch nicht das Schlechteste; er steht wenigstens mit einem Fuß auf ganz sicherem Boden. Wenn aber alles Psychische physisch verständlich sein soll, warum nicht auch umgekehrt? Warum soll diese Umkehrung der vermeintlichen Identität, der Psychomonismus, so schrecklich sein? Steht denn der andere Fuß in der Luft? — Ich habe allerdings ausdrücklich erklärt, daß ich weder Materialist noch Psychomonist bin, sondern auf beiden Füßen stehen möchte. Eine Notwendigkeit Dualist zu sein, besteht darum noch nicht für den, der beide Füße für gleichwertig und beide Bodenflächen unter den Sohlen nicht für zwei verschiedene Welten hält.

Ich glaube, daß man eine philosophische Überlegung nicht mit einer fertigen starren Theorie beginnen darf, die uns nicht mehr losläßt. Der Kern meiner Darlegung liegt in der Erläuterung der Fig. 1 der „Analyse". Wir gelangen zu derselben, indem wir unsere Kinder beobachten und uns selbst in unsere frühe Jugend versetzen, da wir eben anfangen, unsern Leib von dessen Umgebung zu unterscheiden. Wir wissen da noch nichts von Materie und Seele, von Physischem und Psychischem, von Objekt und Subjekt, von Reiz und Empfindung. Alles besteht noch aus gleichartigen Bestandteilen $ABCD$ . . ., die an sich weder physisch noch psychisch, sondern neutral, indifferent sind. Physisch oder psychisch werden dieselben erst durch die besondere Art der Abhängigkeit, die wir in Betracht ziehen. Die neutralen Elemente möchten dem Avenariusschen Dritten entsprechen, die beiden geläufigsten wichtigsten Arten der Abhängigkeit dem Physischen und Psychischen. Den Ausdruck „ein Drittes" würde ich nicht gerne gebrauchen, weil man gleich wieder bereit wäre, darunter ein unbekanntes rätselhaftes, metaphysisches Drittes zu verstehen. . . . .

Indem ich Ihnen, hochgeehrte Frau, für Ihren Brief bestens danke, der mich sehr erfreut und interessiert hat, und indem ich hoffe, daß diese Zeilen Ihnen genügen werden, verbleibe ich in ausgezeichneter Hochachtung Ihr ergebenster Dr. Ernst Mach.

In meiner Antwort auf dieses Schreiben kam der Satz vor: „Wir meinen ein Phänomen erklärt zu haben, wenn wir es auf Physisch und auf Psychisch ausdrücken, etwa Schall ist gleich Bewegung. Aber wissen wir, was Bewegung sonst noch alles ist, das heißt, als was sie irgendwelchen anderen Wesen, etwa den Pflanzen erscheint? Das werden wir nie ergründen, weil wir eben dazu verdammt sind, in dem Winkel zwischen Physischem und Psychischem auf ewig eingeschlossen zu bleiben."

Darauf erwiderte Mach: „Jetzt müssen wir alles entweder von der physischen oder von der psychischen Seite untersuchen. Wenn aber einmal der Tunnel zwischen dem Physischen und dem Psychischen durch oder fast ganz durch sein wird, werden wir kaum darauf beschränkt sein. Dann werden wir wohl fragen dürfen, wie die Tiere empfinden. Das liegt freilich noch fern. Aber keine Beschränkungen, kein Ignorabimus für die, welche nach uns kommen und die klüger sein werden. — Die Astronomen von heute wissen, daß die Ptolemäische und die Kopernikanische Weltansicht beide konventionelle praktische Beschränkungen sind, und daß man sich eine freiere Fragenstellung erlauben kann."

Klingt das nach Einem, der die Existenz der Außenwelt nicht anerkennt oder nicht voraussetzt, daß sie von uns begriffen werden kann? Als seinen Gewährsmann für die Deutung der Machschen Schriften gibt W. Wien an der zitierten Stelle Külpe an, und Külpe hat allerdings im Mißverstehen Machs ganz Hervorragendes geleistet. Sein ausführliches Buch über die „Realisierung"[1]) ist zum großen Teil gegen den „Konszientialismus" gerichtet, von welchem der Solipsismus und die Immanenzphilosophie Spielarten sein sollen. Es ist gestattet, Mach unter die Immanenzphilosophen einzureihen, denn das hat er selbst gebilligt[2]). „Auch den Vertretern der immanenten Philosophie stehe ich recht nahe. Namentlich von Schuppe . . kann ich dies sagen". An derselben Stelle heißt es weiter: „Inbezug auf Avenarius ist die Verwandtschaft eine so nahe, wie sie bei zwei Individuen . . überhaupt erwartet werden kann". Bei Külpe werden nun Mach, Schuppe und Avenarius sämtlich als Konszientialisten traktiert, d. h. als Leute mit „antirealistischen Tendenzen", die die realen Gegenstände bloß „als Wirklichkeiten des Bewußtseins auffassen".

Ich weiß nicht, ob es einen Philosophen gibt, der sich selbst als Konszientialisten bezeichnet. Mir macht es eher den Eindruck, als sollte diese Bezeichnung etwa wie der „boche" ein Schimpfwort für den Gegner bedeuten. Jedenfalls kann ich sagen, daß Mach mit diesem sog. Konszientialismus, wie ihn Külpe schildert, nicht das geringste zu schaffen hat. Man lese aber auch bei dem angeblichen Antirealisten Schuppe nach, wie er in anmutig belebtem Zwiegespräch sich müht, einen

1) Külpe, Die Realisierung. I. Leipzig, S. Hirzel. 1912.
2) Mach, Anal. d. Empf., 6. Aufl. S. 38.

Solipsisten zur Raison zu bringen[1]). Also: Schuppe, Vertreter derjenigen Lehre, von der Wien behauptet, es wäre ein hoffnungsloses Unterfangen, ihr gegenüber einen Beweis für die Existenz der Welt antreten zu wollen, — siehe da, er führt diesen Beweis selber. Es ist die reinste Teufelsschaukel, man weiß schließlich nicht mehr, ob man auf dem Kopf steht oder auf den Beinen.

Wenn Külpe behauptet[2]), daß Mach unter den Tatsachen nur Bewußtseinsinhalte oder Empfindungen versteht, so ist diese Behauptung einfach falsch, und die ganze folgende Polemik Külpes ist ein Kampf gegen einen eingebildeten Feind. „Von einer rein subjektivistischen Auffassung der Empfindung, sagt Mach in dem gegen Planck gerichteten Aufsatz[3]), kann gerade nach meiner Ansicht keine Rede sein. Nur in ihrer physiologischen Abhängigkeit von KLM sind die ABC als Empfindungen zu bezeichnen, in ihrer Abhängigkeit voneinander sind sie physikalische Merkmale[4]). Die allgemeinste Aufgabe der Naturwissenschaft besteht nun hauptsächlich in der Ermittlung letzterer Abhängigkeiten voneinander." Deutlicher kann man kaum die Empfindungen als physiologische Tatsachen von den Abhängigkeiten der Umgebungsbestandteile voneinander als den physikalischen Tatsachen abtrennen. Nun hat freilich die $A-K$-Abhängigkeit (die Empfindung) vor der $A-B$-Abhängigkeit (dem physikal. Merkmal) einen Vorzug: „Während es keiner Schwierigkeit unterliegt, jedes physische Erlebnis aus Empfindungen, also psychischen Elementen aufzubauen, ist keine Möglichkeit abzusehen, wie man aus den in der heutigen (wohlgemerkt heutigen!) Physik gebräuchlichen Elementen (Massen und Bewegungen in ihrer für diese Spezialwissenschaft allein dienlichen Starrheit) ein psychisches Erlebnis darstellen könnte"[5]). Mit dem Aufbauen der physischen Elemente aus den Empfindungen ist gemeint, daß wir keine Gesetzmäßigkeiten in der Natur anders erkennen oder anders prüfen können, als indem wir Ablesungen an irgendwelchen Elektro-, Galvano-, Thermo- oder sonstigen Metern machen. Diese bilden also für uns den Zugang zur Physik. Daß wir hingegen an die psychologischen Gesetzmäßigkeiten nicht herankommen können, wenn wir von Massen und Bewegungen ausgehen, das ist eine einfache Tatsache, die heute niemand mehr bezweifeln wird. Wenn ich aber beim Betrachten eines Wohnungsplans feststelle, daß ich wohl durch das Zimmer 1 in das Zimmer 2 gelangen kann, nicht aber umgekehrt, habe ich damit erkannt, daß dem Zimmer 2 eigentlich gar keine Existenz zukommt? Oder daß das Zimmer 1 wirklicher ist als das Zimmer 2?

Kant sagt einmal: „Wenn zwei einander entgegengesetzte Urteile eine unstatthafte Bedingung voraussetzen, so fallen sie unerachtet ihres Widerstreits alle beide weg, weil die Bedingung wegfällt, unter der allein jeder dieser Sätze gelten sollte. Wenn jemand sagt: Ein jeder Körper riecht entweder gut oder schlecht, so sage ich, es kann auch ein drittes stattfinden, nämlich, daß er gar nicht rieche."

Ungefähr dieser Art ist der Gegensatz zwischen Mach und seinen Gegnern, die „unstatthafte Bedingung", die vorausgesetzt wird, geht aus dem folgenden Zitat hervor[1]): „Wer die Empfindung rot für seine eigene erklärt, der findet leicht, daß das unmittelbar und ursprünglich Gegebene das Bewußtsein, schließlich wohl nur sein Selbstbewußtsein sei, und daß man allmählich, aber unausweichlich zum theoretischen Idealismus, ja zum Solipsismus gelange. Avenarius entdeckte die Stelle, wo man vom richtigen Weg abweicht. Er nannte den Fehler, dem das Denken in seiner Entwicklung fast unvermeidlich verfällt, die Introjektion, die Einlegung. Diese besteht darin, daß ich die Empfindungen und Wahrnehmungen, die ich erfahre, für meine eigenen nehme. Damit wird der Gesamtheit des ursprünglich von dem noch vorurteilslosen Menschen Vorgefundenen sofort der Stempel des einen Teils dieser Gesamtheit aufgedrückt. Ich und Umgebung sind ursprünglich gleichberechtigte, in derselben Weise vorgefundene Teile der gesamten Erfahrung. Die Introjektion aber vernichtet diese Gleichberechtigung zugunsten des Ich und läßt schließlich die Umgebung im Ich aufgehen. So werden die Dinge zu meinen Dingen und damit den ursprünglich gegebenen gegenüber zu meiner Vorstellung. Dadurch aber werden die ursprünglich einfachen Dinge verdoppelt, werden nämlich einmal zu meiner Vorstellung, daneben aber existieren sie noch als Dinge an sich."

Diese Verdoppelung kommt in charakteristischer Weise zum Ausdruck bei Külpe, der drei Hauptarten von Objekten unterscheidet: wirkliche, ideale und reale Objekte. Von dem „künstlich naiven Standpunkt" aus, zu dem sich

1) Schuppe, Zeitschr. f. imman. Philos. 3, 327.

2) Külpe, Die Philosophie der Gegenwart in Deutschland, Leipzig, Teubner 1911, S. 21.

3) Diese Zeitschr. 11, 599, 1910.

4) Oder wie es in einer Parallelstelle, Anal. d. Empf. 6. Aufl. S. 13 heißt: physikalische Objekte.

5) Mach, Erkenntnis und Irrtum, Leipzig, J. A. Barth, 1905, S. 12.

1) Petzold, Solipsismus auf prakt. Gebiet, Vierteljahrsschr. f. wiss. Philos. 25, 339.

Mach bekennt, hat eine solche Aufspaltung in Wirkliches und Reales offenbar überhaupt keinen Sinn, — die Bewußtseinserscheinungen, für Külpe die wirklichen Objekte darstellend, sind für Mach nicht wirklicher als die übrigen Erscheinungen, und wenn man ihn fragen würde, ob es neben der wirklichen Innenwelt noch eine reale Außenwelt geben soll, — dann allerdings würde er diese reale Außenwelt leugnen, die wirkliche „Innenwelt" dann aber auch.

Nun kann man freilich fragen: Wenn also die Immanenten nicht die Lehre vertreten, daß bloß die Bewußtseinserlebnisse, also die uns immanenten Tatsachen objektiven Wert haben, was wollen sie dann eigentlich mit ihrer Immanenz? „Der Gebrauch einer Idee, sagt Kant[1]), kann entweder in Ansehung der gesamten möglichen Erfahrung überfliegend (transzendent) oder einheimisch (immanent) sein, je nachdem ob man sie geradezu auf einen ihr vermeintlich entsprechenden Gegenstand richtet oder nur auf den Verstandesgebrauch überhaupt in Ansehung der Gegenstände, mit welchen er es zu tun hat." Dementsprechend behandelt die Immanenzphilosophie den „Verstandesgebrauch überhaupt"[2]). Über die transzendenten, d. h. die gesamte mögliche Erfahrung überfliegenden Gegenstände bestimmte Aussagen zu machen, hat Kant zwar der Philosophie verboten, er hat aber, wenigstens nach probabler Meinung, die Existenz solcher transzendenter, d. h. der Erkenntnis grundsätzlich unzugänglicher Gegenstände, die als Dinge an sich der erkennbaren Erscheinung „zugrundeliegen", angenommen. Dagegen wendet sich die Immanenzlehre. Mach betont wiederholt, daß seine Ansichten nur zu verstehen sind als Selbstbefreiung von dem Alp des unerkennbaren Dinges an sich[3]).

„Was uns allein interessieren kann"[3]), ist die funktionale Abhängigkeit (im mathematischen Sinn) der Elemente voneinander. Man mag diesen Zusammenhang der Elemente immerhin ein Ding nennen, er ist aber kein unerkennbares Ding. Mit jeder Beobachtung, mit jedem naturwissenschaftlichen Satz schreitet die Erkenntnis dieses Dinges vor". Hier ist zugleich Machs wissenschaftliches Ideal ausgesprochen, die funktionale Abhängigkeit im mathematischen Sinn zu ergründen. „Dies kann symbolisch so ausgedrückt werden, daß man der Spezialforschung das Ziel setzt, Gleichungen von der Form $F(A, B, C \ldots) = 0$ zu finden"[1]). Alles was real, was objektiv an den Dingen ist, muß sich in dieser Form aussprechen lassen. Nun gibt es freilich noch eine andere Art, in der Wissenschaft vorzugehen als daß man bloß funktionale Abhängigkeiten aufsucht, nämlich die, daß man anschauliche Bilder, die man sich auf Grund gewisser Erfahrungen gemacht hat, für „richtig" hält, oder wie Külpe sich ausdrückt, als Objekte „setzt". Dieses Setzen eben bezeichnet Külpe als Realisierung, und er meint, es sei verfehlt, daß man bisher immer das Problem der Realität mit dem Problem der Außenwelt identifiziert habe. Vielmehr habe das Problem der Realisierung, also die Frage: Ist eine Setzung von Realem zulässig? Sind die Objekte der Erfahrungswissenschaften reale Objekte?, eine viel ausgedehntere Bedeutung. Mich will es aber bedünken, als ob Külpe hier zwei Fragen von ganz verschiedener Rangordnung miteinander verquicke. Das Problem der Außenwelt ist ein metaphysisches Problem. Keine mögliche Erfahrung kann es lösen. Höchstens kann man damit fertig werden in der oben angedeuteten Art, indem man erklärt: Das Problem existiert gar nicht. Die Frage nach der Realität dieses oder jenes Objekts der Erfahrungswissenschaften hingegen ist eine rein praktische Frage, die einer Prüfung durch die Erfahrung durchaus zugänglich ist. Ein Beispiel mag dies erläutern. Unter den Äußerungen, die man Mach besonders übelgenommen hat, war auch die, daß die Materie nur ein Gedankensymbol für einen relativ stabilen Komplex sinnlicher Elemente sei. Fragen wir uns nun einmal unbefangen: Was ist heute die Materie? Materie ist Elektrizität, Elektrizität ist — vielleicht — verdichteter Äther, und den Äther gibt es nicht. Möglicherweise aber ist die Materie auch nur eine Form der Energie. Hat es unter diesen Umständen noch Sinn, auf die Realität der Materie zu schwören? In einigen Jahren oder in einigen Jahrhunderten wird man das wissen.

Wie die Entscheidung aber auch ausfallen mag, die Gleichungen, die die Beziehungen zwischen der Masse und anderen beobachtbaren Größen ausdrücken, die werden bleiben, wenn auch das anschauliche Bild, das wir uns machen, hundertmal wechselt, — wie die

1) Kant, Kr. d. r. Vern., Von dem regulativen Gebrauch d. Ideen, Anh. z. transz. Dialektik.

2) Der Begriff der Erkenntnis überhaupt, der Begriff der Wahrheit ergibt sich als der entscheidende Punkt". Schuppe, Imm. Zeitschr. **3**, 15. 1897.

3) Manche Kapitel: „Kritik des Immanenz-Gedankens" wären ungeschrieben geblieben, wenn die Verfasser sich vor Augen gehalten hätten, daß Mach sowohl als Schuppe ihren Ausgangspunkt von Kant nehmen und das Wort transzendent in demselben Sinn gebrauchen wie er: als die gesamte mögliche Erfahrung überfliegend. Siehe z. B. Zeitschr. f. imm. Philos. **2**, 100, 1897, wo Schuppe ausführlich aufzählt, was ihm alles nicht als transzendent gilt.

4) Erk. u. Irrt. S. 10.

1) Anal. d. Empf. 6. Aufl. S. 37.

Schwingungsgleichungen des Lichtes bereits zwei Lichttheorien oder besser gesagt zwei Lichtbilder überdauert haben. Im Interesse der Stabilität der Wissenschaft wünscht Mach darum, derartige temporäre „Realitäten" zu vermeiden. Charakteristisch ist dafür die oben zitierte Äußerung über die Ptolemäische und Kopernikanische Weltansicht, — eine Äußerung, die zu der Zeit, wo sie gemacht wurde, vielleicht als ein Verzicht auf jegliche Erkenntnis gedeutet worden wäre, die aber heute im Zeichen der Relativitätstheorie nichts Befremdendes mehr hat. Trotz dieses Vorteils größerer Solidität werden nicht viele sich entschließen können, die Wände ihrer wissenschaftlichen Werkstatt anstatt mit Bildern nur mit mathematischen Formeln zu behängen. Wir bauen ja auch nicht lauter viereckige Ziegelkasernen, obwohl wir wissen, daß sie wetterbeständiger sein mögen als anmutige Landhäuschen. Aber das ist schließlich mehr eine Geschmacks- und Temperaments- als eine Weltanschauungsfrage.

Auch Machs Weltanschauung möchte ich freilich nicht unbedingt zu verteidigen unternehmen. Mein Plaidoyer richtet sich bloß gegen die Behauptung, daß der Angeklagte „nur den unmittelbaren Empfindungen Realität zuschreibe und die Existenz der Außenwelt leugne". Von dieser Anklage wünschte ich den großen Naturforscher endlich freigesprochen zu sehen.

Greifswald.

(Eingegangen 5. April 1920.)

Über eine Methode, Geschwindigkeiten auf akustischem Wege zu messen.

Von W. Kunze.

In der Frage der Richtungsbestimmung von Schalleindrücken ist durch die Untersuchungen der Herren v. Hornbostel und Wertheimer in den letzten Jahren eine Klärung insofern eingetreten, als diese Herren erkannt haben, daß die Möglichkeit der Richtungsbestimmung auf der Fähigkeit des Ohres beruht, die kleinen Zeitunterschiede, mit denen die Schallwellen bei seitlicher Lage der Schallquelle an den Ohren ankommen, als Richtungseindruck zu empfinden. Da eine Veröffentlichung über den Gegenstand von den Herren noch nicht erschienen ist, hatte ich von der Tatsache selbst nur Kenntnis erhalten durch Beschäftigung mit Apparaten zur Schall-Richtungsbestimmung, wie sie im Kriege Verwendung fanden.

Ich kam hierbei auf den Gedanken, daß, wenn tatsächlich diese geringen Zeitdifferenzen, deren Größe zwischen etwa 0,0003 und 0,0006 Sekunden liegt, vom Gehör als Richtungseindruck empfunden werden, umgekehrt hier eine Möglichkeit gegeben ist, mittels des Gehörs kleinste Zeiten zu messen.

Als ich später gelegentlich einer Besprechung den Herren v. Hornbostel und Wertheimer davon Mitteilung machte, hörte ich, daß diese selbst bereits den Gedanken einer Verwendung dieser Tatsache zu chronometrischen Messungen gehabt und wie sie mir jetzt mitteilen, auch bereits zur Messung der Windgeschwindigkeit benutzt haben. Die Anordnung war dabei jedoch eine andere als die im Folgenden geschilderte. Die vorliegende Arbeit geht über diese spezielle Anwendung hinaus, indem sie eine Nutzbarmachung der Methode zur Bestimmung von Geschwindigkeiten bewegter Körper in ruhenden und strömenden Medien versucht.

Die Theorie und experimentelle Grundlagen ihrer neuen Erkenntnis beabsichtigen die Herren v. Hornbostel und Wertheimer demnächst selbst zu veröffentlichen[1]). Ich kann mich daher auf die Mitteilung der für das Verständnis des Folgenden notwendigsten Angaben beschränken.

Nach v. Hornbostel und Wertheimer ergeben Zeitunterschiede zwischen dem Ankommen des Schalles an beiden Ohren, die kleiner sind als etwa 0,00003 Sekunden, eine Mittenwirkung, d. h. die Schallquelle wird in die Medianebene verlegt. Zeitunterschiede zwischen etwa 0,00003 und 0,0006 Sekunden ergeben seitliche Wirkungen, d. h. sie lassen den Schall als aus bestimmten Richtungen von rechts oder links kommend erscheinen, und zwar entspricht jeder Größe des absoluten Zeitunterschiedes ein bestimmter Grad von Seitlichkeit. Man kann also umgekehrt sagen, daß, wenn die Schallquelle als in der Medianebene liegend empfunden wird, die Zeitdifferenz zwischen dem Eintreffen des Schalles an beiden Ohren kleiner ist als 0,00003 Sekunden. Die größte Seitlichkeit d. h. 90°, wird erreicht, wenn zwischen dem Eintreffen der Schallwellen an den Ohren ein Zeitunterschied von etwa 0,0006 Sekunden besteht. Diese Zeit entspricht einem Schallweg in Luft von 21 cm und ist experimentell bestimmt. Allen Winkeln zwischen 0° und 90° entsprechen bestimmte Werte der Zeitdifferenz zwischen 0,00003 und 0,0006 Sekunden. Diese kann man nun in sehr einfacher Weise dadurch messen, daß man den Schallweg zu dem zuerst erregten Ohr um so viel vergrößert, daß

1) Die Arbeit ist inzwischen erschienen: „Über die Wahrnehmung der Schallrichtung" von E. M. v. Hornbostel u. M. Wertheimer. Sitzungsberichte der preuß. Akad. d. Wissensch. XX, 1920, 338—396.

er gleich dem Schallweg von der Schallquelle bis zum anderen Ohr wird. Gleichheit der Schallwege ist erreicht, wenn die Schallquelle als in der Medianebene liegend empfunden wird. Aus der Vergrößerung Δs des Schallweges und der Schallgeschwindigkeit c läßt sich die Zeit Δt durch die einfache Beziehung $\Delta t = \frac{\Delta s}{c}$ berechnen. Praktisch erreichen kann man eine Veränderung der Schallwege beispielsweise dadurch, daß man von irgendeiner Schallquelle kommenden Schall den Ohren mittels Schlauchleitungen zuführt, deren Länge durch eine tubusartige Anordnung veränderlich ist. Geht man mit der Verlängerung oder Verkürzung des Schallweges über 21 cm hinaus, so werden die Zeitdifferenzen größer als 0,0006 Sekunden und es ergeben sich Verhältnisse, wie sie beim natürlichen Hören nicht vorkommen. Die Schallquelle wird auch in diesem Falle auf die Seite des zuerst erregten Ohres verlegt, doch ist der Richtungseindruck nicht so klar, wie innerhalb des Bereiches von 0,00003 bis 0,0006 Sekunden Zeitdifferenz.

Verändert man die Weglänge während des Hörens, so hört man die Schallquelle wandern. Es werde z. B. die Schallweglänge von der Schallquelle bis zum linken Ohr konstant gehalten und die zum rechten Ohr führende kontinuierlich verändert, so erscheint bei Weggleichheit die Schallquelle in der Mitte, wandert kontinuierlich nach links, bei Vergrößerung des Weges rechts, bis sie bei einer Verlängerung um 21 cm die größte Seitlichkeit erreicht. Bei allmählicher Verkleinerung des Schallweges rechts wandert sie dann wieder zurück, geht bei Weggleichheit durch die Mitte hindurch und erscheint bei weiterer Verkürzung des Schallweges auf der rechten Seite, bis bei 21 cm Verkürzung der Eindruck größter Rechtsseitigkeit auftritt.

Werden die Zeitdifferenzen größer als etwa 0,03 Sekunden, so erhält man keinen einheitlichen Schalleindruck mehr, sondern nimmt das Nacheinander wahr.

Bemerkt sei noch, daß diese Richtungseindrücke eindeutig nur bei geräuschartigen Schallquellen auftreten. Bei Tönen komplizieren sich die Verhältnisse und es soll hier nicht darauf eingegangen werden.

Messung der Strömungsgeschwindigkeit schallübertragender Medien.

Nimmt man zwei Schallrichter A und B, von denen gleich lange Schlauchleitungen R_1 zum linken Ohre O_l und R_2 zum rechten Ohre O_r führen, und ordnet sie in einer Entfernung $AB = 2a$ so an, daß sie ihre Öffnungen einer Schallquelle S, die sich in der Mitte von AB befindet, zukehren (Fig. 1), so kommt der Schall

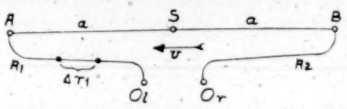


Fig. 1.

von S offenbar gleichzeitig in A und B an und die Schallquelle wird, ganz gleichgültig, wie sich der Beobachter zu der Versuchsanordnung stellt, als in der Medianebene liegend empfunden. Stillschweigende Voraussetzung ist dabei, daß das schallübertragende Medium (die Luft) sich relativ zur Versuchsanordnung in Ruhe befindet.

Was tritt nun ein, wenn das Medium sich in Bewegung befindet, wenn es etwa mit der Geschwindigkeit v in der Richtung von B nach A vorbeiströmt?

Offenbar kommt dann in der Richtung von S nach A zur Schallgeschwindigkeit die Strömungsgeschwindigkeit hinzu, während sie in der entgegengesetzten Richtung zu subtrahieren ist. Die Zeit, die in diesem Falle der Schall braucht, um von S nach A zu gelangen, ist

$$t_1 = \frac{a}{c + v},$$

um von S nach B zu gelangen

$$t_2 = \frac{a}{c - v}.$$

Die Differenz beider Zeiten ist

$$\Delta t = \frac{2av}{c^2 - v^2}. \qquad (1)$$

Diese Zeitdifferenz, die zwischen dem Eintreffen der Schallwellen am rechten und linken Ohr besteht, muß sich nun als Richtungseindruck bemerkbar machen, wenn sie der Größe nach in den Bereich zwischen 0,0006 und 0,00003 Sekunden fällt. Dies läßt sich aber durch geeignete Wahl des Empfängerabstandes $2a$, der als Basis bezeichnet werden soll, stets erreichen. Im vorliegenden Falle wird man, da der Schall früher in A als in B ankommt, also auch früher in O_l als in O_r, einen eindeutigen Linkseindruck haben.

Indem man nun den Schallweg AO_l um einen Betrag $\Delta r_1 = c \cdot \Delta t$ verlängert, kann man den Zeitunterschied Δt, der infolge der Strömungsgeschwindigkeit v zwischen dem Ankommen des Schalles in O_l und O_r besteht, kompensieren und den seitlichen Eindruck auf einen Mitten-

eindruck zurückführen. Δr_1 ist meßbar, und es ergibt sich, wenn man

$$\Delta t = \frac{\Delta r_1}{c}$$

in (1) einsetzt,

$$v = \frac{c}{\Delta r_1}\left(\sqrt{a^2 + \Delta r_1^2} - a\right). \qquad (2)$$

Zur Kompensation des Zeitunterschiedes, mit dem der Schall in O_l früher ankommt als in O_r, kann man auch so verfahren, daß man den Weg SA verlängert und gleichzeitig SB verkürzt, indem man die Schallquelle S auf AB nach B hin verschiebt. Die bis zur Herbeiführung des Mitteneindruckes erforderliche Verschiebung sei $SS_1 = \Delta s$ (Fig. 2). Wenn Mitten-

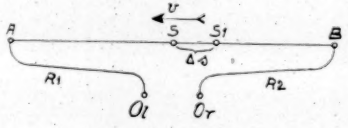


Fig. 2.

eindruck bei Lage der Schallquelle in S_1 hervorgerufen wird, so heißt das, die Zeiten t_1 und t_2, die der Schall braucht, um von S_1 nach A und B zu gelangen, sind gleich, da ja $R_1 = R_2$ ist.

$$\frac{a + \Delta s}{c + v} = \frac{a - \Delta s}{c - v}$$

$$v = \frac{c \cdot \Delta s}{a}. \qquad (3)$$

Die Strömungsgeschwindigkeit v ist also in diesem Falle direkt proportional der zur Erreichung des Mitteneindruckes erforderlichen Verschiebung der Schallquelle und umgekehrt proportional der Basis.

Als untere und obere Grenze für die Basisgröße $2a$, über die nicht hinausgegangen werden darf, sofern man eindeutige Richtungseffekte erhalten will, ergibt sich

$$2a_{\min} = \frac{0{,}00001}{v}(c^2 - v^2); \qquad (4)$$

$$2a_{\max} = \frac{0{,}0006}{v}(c^2 - v^2). \qquad (5)$$

Wenn die Strömungsrichtung nicht mit der Basisrichtung zusammenfällt, sondern einen Winkel α mit dieser bildet, so tritt, wie leicht erkennbar ist, in den Formeln (2) und (3) der cos des Winkels α als Faktor zu der Strömungsgeschwindigkeit v hinzu. Um v berechnen zu können, ist es also stets notwendig, die Strömungsrichtung des Mediums zu kennen.

In dem allgemeinen Falle, daß die Schallquelle S nicht direkt auf der Verbindungslinie von A mit B, sondern irgendwo in der auf der Basis AB im Mittelpunkte M errichteten Normalebene liegt, erhält man, wenn die Schall-

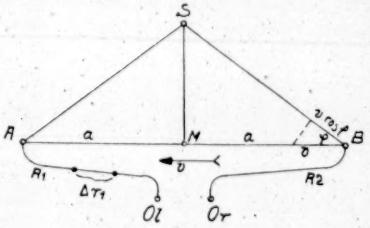


Fig. 3.

quelle S von AB den Abstand $MS = b$ hat, und φ den Winkel, den die Schallstrahlen von S nach A bzw. B mit der Basis bilden, bezeichnet, eine Zeitdifferenz

$$\Delta t = \frac{2v\cos\varphi \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}{c^2 - v^2\cos^2\varphi}. \qquad (6)$$

Führt man den durch diese Zeitdifferenz hervorgerufenen Seiteneindruck durch Verlängern des Schallweges $O_l A$ um die Strecke Δr_1 auf den Mitteneindruck zurück, so heißt das, die Schallzeiten auf dem Wege $S-A-O_l$ und $S-B-O_r$ werden gleichgemacht. Daraus ergibt sich

$$v = \frac{c}{\Delta r_1 \cos\varphi}\left(\sqrt{a^2 + b^2 + \Delta r_1^2} - \sqrt{a^2 + b^2}\right). \qquad (7)$$

Für den Fall, daß die Schallquelle S in M liegt, wird φ und b zu o und die Formel (7) geht in (2) über.

Experimentelle Prüfung[1]).

Die Formeln (2) und (3) wurden zur Messung von Windstärken benutzt, und zwar dienten in einem Falle (2) zwei Mikrophone, die mit Telephonen verbunden waren, im Falle (3) zwei gewöhnliche Schalltrichter, von denen gleich lange Schlauchleitungen zu den Ohren führten, als Empfänger. Für den letzteren Fall ist die Versuchsanordnung aus Fig. 2 zu ersehen. Als Schallquelle diente eine einfache Klopfvorrichtung, da kurze Klopfgeräusche einen besonders guten Richtungseffekt ergaben. Die Schlauchleitungen waren 10 m lang, die Basis betrug $2a = 6$ m und war um den Mittelpunkt in der Horizontalebene drehbar angebracht. Sie wurde in die

1) Die Messungen wurden im Physikalischen Laboratorium der Atlas-Werke Aktiengesellschaft, Bremen, ausgeführt.

Windrichtung eingestellt, so daß der Schall von S nach dem Trichter A mit dem Winde, von S nach B gegen den Wind lief. A war mit dem linken, B mit dem rechten Ohr verbunden. Wurde das Klopfgeräusch in der Mitte zwischen den Trichtern A und B erzeugt, so hatte man deutlich einen Linkseindruck. Die Schallquelle schien nicht in der Medianebene, sondern um einen bestimmten Winkel gegen diese nach links geneigt zu liegen. Verschob man nun während des Klopfens die Geräuschquelle nach rechts von S nach B hin, so hatte man den Eindruck, als wanderte die Schallquelle nach rechts. Mitteneindruck war vorhanden bei einer Verschiebung, die sich als Mittel aus mehreren Beobachtungen zu 3,5 cm ergab. Setzt man diesen Wert in Formel (3) ein und setzt die Schallgeschwindigkeit in Luft $c = 343$ m, so ergibt sich eine Windgeschwindigkeit

$$v = \frac{c \cdot \Delta s}{a} = \frac{343 \cdot 0{,}035}{3} \sim 4 \text{ m/sec.}$$

Das hiesige meteorologische Observatorium meldete auf Befragen eine um 5 m/sec schwankende Windstärke. Messungen an einem anderen Tage mit einer Basis $2a = 10$ m ergaben Mitteneindruck bei einer Verschiebung der Schallquelle um 8 cm. Daraus errechnet sich eine Windstärke $v \sim 5{,}5$ m/sec. Das Observatorium hatte 5—6 m/sec gemeldet. Die Übereinstimmung war also gut.

Die Benutzung von Mikrophonen als Schallempfänger hatte gegenüber der eben beschriebenen Methode, wo der Beobachter immer in der Nähe der Versuchsanordnung im Freien sich aufhalten mußte, wenn man nicht Schlauchleitungen von erheblicher Länge zur Verfügung hatte, den Vorteil, daß der Beobachter irgendwo in einem geschlossenen Raume sitzen konnte, wo er die Klopfgeräusche direkt überhaupt nicht hören und infolgedessen störungsfreier beobachten konnte. Die mit den Mikrophonen verbundenen Telephone, die vorher auf möglichste Gleichheit in bezug auf Klangcharakter untersucht wurden, waren in zwei Röhren gleitend angeordnet, deren Enden an die Ohren gehalten wurden. Beide Telephone hingen an einer Schnur, die über eine Rolle führte, bei deren Drehung das eine Telephon im Gleitrohr dem Ohre sich näherte, während gleichzeitig das andere Telephon vom anderen Ohr sich um dieselbe Strecke entfernte. Die Schallquelle befand sich bei den Messungen dauernd in der Mitte zwischen A und B. Die Strecke, um die die Telephone verschoben werden mußten, um den ursprünglichen Seiteneindruck auf den Mitteneindruck zurückzuführen, war ablesbar und aus ihm nach Formel (2) die Windstärke v zu berechnen. Die sich ergebenden Resultate stimmten im allgemeinen mit den nach der ersten Methode gemessenen gut überein.

Erwähnt sei noch, daß bei stark böigem Winde direkt ein Hin- und Herschwanken der Schallquelle empfunden werden konnte.

Die Messungen gelangen nicht immer mit gleicher Deutlichkeit. Es gab Tage, an denen trotz gleichmäßigen Windes eine eindeutige Bestimmung nicht zu erreichen war. Die Art des Klopfgeräusches spielt eine Rolle von großer Wichtigkeit. Es kam vor, daß ein Schlag des Klopfers als von einer ganz anderen Stelle kommend empfunden wurde als ein nächstfolgender Schlag von etwas anderem Charakter. Der Gleichmäßigkeit der Geräuschquelle ist also besondere Aufmerksamkeit zu schenken.

Allgemein wurde festgestellt, daß die auftretenden Richtungseindrücke infolge der Windströmungen bei weitem nicht so deutlich waren wie die bei ruhender Luft. Der Charakter der Schallimpulse wird scheinbar durch die verschieden gerichtete Bewegung des Mediums in verschiedener Weise verändert, wodurch die Deutlichkeit der Richtungsempfindung leidet.

Es wurden ferner Versuche gemacht, die Strömungsgeschwindigkeit der Weser nach der beschriebenen Methode zu bestimmen. Da dieselbe etwa 0,5 m/sec betrug, war eine sehr große Basis erforderlich. Um bei dieser Strömungsgeschwindigkeit eine Verschiebung der Schallquelle um 10 cm zur Herbeiführung des Mitteneindruckes zu erhalten, mußte sein

$$a = \frac{c \cdot \Delta s}{v} = \frac{1435 \cdot 0{,}1}{0{,}5} = 71{,}75 \text{ m,}$$

wo $c = 1435$ die Schallgeschwindigkeit im Wasser ist.

Bei einer Basisgröße von 150 m gelang es jedoch nicht, den Mittelpunkt unter Wasser, wo die Schallquelle anzubringen war, mit genügender Genauigkeit festzulegen.

Bezüglich der Genauigkeit der Methode ergibt der Versuch, daß in Luft eine Verschiebung der Schallquelle um 1 cm aus der Nulllage heraus noch bequem wahrnehmbar ist. Die Grenze für den geübten Beobachter liegt bei etwa 0,5 cm. Das entspricht einer Zeitdifferenz von 0,0000145 Sekunden. Nimmt man als günstigsten Wert der Zeitdifferenz, der sich durch geeignete Wahl der Basisgröße erreichen läßt, den einem Richtungseindruck von 90° entsprechenden Wert 0,0006 Sekunden an, so erkennt man, daß unter günstigsten Bedingungen die größtmöglichste Genauigkeit der Methode etwa 2 bis 3 Proz. beträgt.

Messung der Geschwindigkeit eines bewegten Systems.

Im Vorstehenden ist gezeigt, wie vermittelst eines Richtungseindruckes die Geschwindigkeit eines in Bewegung befindlichen schallübertragenden Mediums gemessen werden kann. Es lag nun der Gedanke nahe, umgekehrt das akustische System von Schallquelle und Empfängern sich durch ein ruhendes Medium bewegen zu lassen und aus dem zu erwartenden akustischen Richtungseffekt die Geschwindigkeit des Systems zu berechnen.

Auf einem mit der Geschwindigkeit v relativ zur Erde sich bewegenden Fahrzeuge sind in der Fahrtrichtung zwei Schallempfänger A und B in der festen Entfernung $2a$ voneinander angebracht. In der Mitte der Verbindungslinie A mit B befindet sich die Schallquelle C. Das schallübertragende Medium (Luft) sei zunächst als relativ zur Erde ruhend angenommen. Da der Empfänger A sich den Schallwellen, die von C ausgehen, entgegenbewegt, während B sich von ihnen entfernt, müssen die Schallwellen die Empfänger A und B zu verschiedenen Zeiten erreichen, und zwar müssen sie in A früher ankommen als in B.

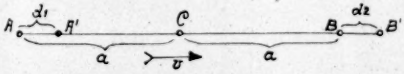


Fig. 4.

Es entsteht eine Zeitdifferenz, die als Richtungseindruck empfunden werden kann. Es bedeute c die Schallgeschwindigkeit, d_1 und d_2 die Strecken, um die sich das Fahrzeug weiter bewegt hat in der Zeit, die die Schallwellen brauchen, um von C ausgehend den Empfänger A in A' und B in B' zu erreichen.

Die Zeiten, die der Schall braucht, um nach A bzw. B zu gelangen, sind

$$t_1 = \frac{a - d_1}{c}; \quad t_2 = \frac{a + d_2}{c}.$$

Die Differenz ist

$$\Delta t = \frac{d_1 + d_2}{c}.$$

Nach der Definition ist

$$d_1 = v\,\frac{a - d_1}{c}; \quad d_2 = v\,\frac{a + d_2}{c}.$$

Also

$$\Delta t = \frac{2av}{c^2} + \frac{v}{c^2}(d_2 - d_1). \tag{8}$$

Das zweite Glied kann gegenüber dem ersten vernachlässigt werden, wenn d_2 nahe gleich d_1 ist, was praktisch der Fall ist; also

$$\Delta t = \frac{2av}{c^2}; \quad v = \frac{c^2 \Delta t}{2a}. \tag{9}$$

Um die Zeit Δt zu kompensieren und den seitlichen Richtungseindruck auf einen Mitteneindruck zurückzuführen, kann man wieder den Schallweg R, vom Empfänger A bis zum Ohr O_1 um eine Strecke Δr_1 verlängern.

$\Delta t = \frac{\Delta r_1}{c}$ in (8) bzw. (9) eingesetzt, ergibt

$$v = \frac{c \cdot \Delta r_1}{2a + d_2 - d_1}, \tag{10}$$

bzw.

$$v = \frac{c \cdot \Delta r_1}{2a} \quad \text{für } d_2 = d_1. \tag{11}$$

Wird die Kompensation der Zeitdifferenz durch Verschieben der Schallquelle von C nach B

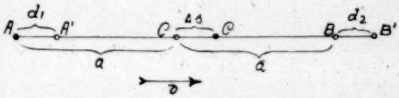


Fig. 5.

bewirkt (Fig. 5), so ergibt sich in Analogie mit dem früher betrachteten Falle

$$\frac{a - d_1 + \Delta s}{c} = \frac{a + d_2 - \Delta s}{c}; \quad 2\Delta s = d_1 + d_2$$

d_1 ist der Weg, den das Fahrzeug in der Zeit zurücklegt, die der Schall braucht um von C nach A zu gelangen, also

$$d_1 = v\,\frac{a - d_1 + \Delta s}{c}$$

und entsprechend

$$d_2 = v\,\frac{a + d_2 - \Delta s}{c}.$$

Das ergibt in obige Gleichung eingesetzt

$$v = \frac{2c \cdot \Delta s}{2a + d_2 - d_1}. \tag{12}$$

Mit genügender Annäherung kann man dafür schreiben

$$v = \frac{c \cdot \Delta s}{a}. \tag{13}$$

Diese Formel ist identisch mit der früher erhaltenen Formel (3), d. h. praktisch müßte es denselben Effekt ergeben, wenn sich das System im ruhenden Medium bewegt, oder das Medium am ruhenden System mit der Geschwindigkeit v vorbeiströmt.

Die Verhältnisse komplizieren sich etwas, wenn auch das schallübertragende Medium sich relativ zur Erde in Bewegung befindet. Seine Geschwindigkeit sei u. Bildet die Strömungsrichtung mit der Fahrtrichtung den Winkel α,

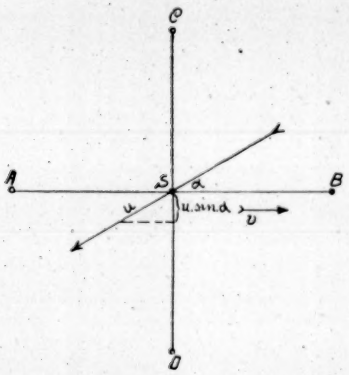


Fig. 6.

so könnte man daran denken, mit einer Empfängerbasis CD (Fig. 6), die senkrecht zu der Fahrtrichtung angeordnet ist und bei der infolgedessen die Bewegung des Fahrzeuges selbst keinen Richtungseffekt bewirken kann, zunächst die Komponente der Strömungsgeschwindigkeit, die in die Richtung CD fällt, zu berechnen und dann mit Hilfe des Winkels α die Geschwindigkeit u selbst zu bestimmen.

Mit der in der Fahrtrichtung angeordneten Basis AB könnte durch eine zweite Messung die Summe bzw. die Differenz der Fahrt- und Strömungsgeschwindigkeit bestimmt werden. Aus beiden Messungsresultaten wäre dann jede Geschwindigkeit einzeln zu errechnen.

Fällt die Strömungsrichtung des Mediums mit der Fahrtrichtung zusammen, so würde die eben beschriebene Methode versagen uud das Fahrzeug müßte, um sie doch anwenden zu können, seinen Kurs ändern.

Bei Fahrzeugen zu Lande und auf dem Wasser würde man praktisch so verfahren, daß man zunächst bei ruhendem Fahrzeug auf Mitteneindruck einstellt, d. h. den etwa infolge einer Strömungsgeschwindigkeit u des Mediums auftretenden Zeitunterschied zwischen dem Eintreffen der Schallwellen in A und B auf eine der angegebenen Methoden kompensiert und dann beobachtet, welchen Effekt man erhält, wenn sich das Fahrzeug mit der Geschwindigkeit v bewegt.

Experimentelle Prüfung der Methode.

Auf einem Schiffe, das sich mit der Geschwindigkeit von etwa 4 m/sec bewegte, waren in der Längsrichtung zwei Empfänger A und B im Abstande von $2a = 10$ m angebracht, während die Geräuschquelle S in der Mitte zwischen A und B befestigt war und ein lautes Knacken erzeugte. Als Empfänger dienten einmal wie im vorn beschriebenen Falle einfache Schalltrichter, ein ander Mal zwei Mikrophone. Zu erwarten bei Windstille war nach Formel (9) eine Zeitdifferenz

$$\Delta t = \frac{10 \cdot 4}{343^2} = 0{,}00034 \text{ sec.}$$

Das entspricht einem Richtungseindruck von etwa 33° Neigung gegen die Geradeausrichtung, der also deutlich wahrnehmbar sein mußte.

Es konnte jedoch bei sämtlichen Versuchen kein derartiger Effekt mit Sicherheit festgestellt werden. Zeitweilig schienen Richtungseindrücke aufzutreten, doch waren sie nicht deutlich genug, die Frage im positiven oder negativen Sinne zu entscheiden.

Die Gründe für das unsichere Resultat liegen vielleicht in der Versuchsanordnung begründet, da das Auftreten von störenden Reflexionen nicht zu vermeiden war. Möglich ist auch, daß die an den Ohren ankommenden Schallwellen entsprechend der verschiedenen Richtung so modifiziert waren, daß sie nicht mehr als dasselbe Geräusch empfunden werden konnten. Nach dem Dopplerschen Prinzip ist die Zahl der Schallwellen, die pro Sekunde an dem Empfänger, der sich ihnen entgegenbewegt, ankommen, eine größere als die pro Sekunde am anderen Empfänger ankommende. Infolgedessen ist der Charakter des Geräusches, das mit dem einen Ohr gehört wird, ein anderer als der Charakter des mit dem zweiten Ohr gehörten Geräusches. Hierdurch wird offenbar das Auftreten eines eindeutigen Richtungseindruckes erschwert. Immerhin ist dann nicht ohne weiteres zu verstehen, daß die Versuche zur Messung von Windstärken, bei denen ähnliche Verhältnisse vorliegen, positive Resultate ergaben, wenn sich auch dort die Eindrücke nicht so deutlich darstellten wie im Falle des ruhenden Systems im ruhenden Medium. Durch weitere Versuche soll versucht werden die Frage zu klären, die auch praktisch von Bedeutung ist, namentlich wenn man an eine Verwendung für Luftfahrzeuge denkt.

Zusammenfassung.

1. Es wird eine Methode angegeben, die Geschwindigkeit eines strömenden Mediums bzw. die eines sich in einem ruhenden oder strömenden Medium bewegenden Fahrzeuges relativ zur Erde aus einem akustischen Richtungseindruck zu bestimmen.

2. Die Methode wird durch Messung von Windgeschwindigkeiten praktisch erprobt.

3. Bei der Anwendung auf die Messung der Geschwindigkeit von Fahrzeugen konnten zweifelsfreie Resultate noch nicht erzielt werden.

Bremen, 14. Februar 1920.

(Eingegangen 22. März 1920.)

Kurze Zusammenstellung von Laufzeitdifferenzen der reflektierten Vorläufer der Erdbebenwellen.

Von Otto Meißner.

Vorliegender Aufsatz ist ein Auszug aus einer umfangreichen Arbeit über das im Titel genannte Thema, an deren Veröffentlichung unter den jetzigen Verhältnissen leider nicht zu denken ist.

Ich habe aus dem gesamten mir vorliegenden Material alle Beben herausgesucht, bei denen genauere Zeitangaben über direkte I. und II. Vorläufer (P und S) und über reflektierte gemacht sind, auch wo die Reflexionen nicht ausdrücklich als solche (PR_1, SR_1 usw. oder $PP = PR_1$, $SS = SR_1$ ...) bezeichnet wurden. Tabelle I gibt einen Überblick über das verwandte Material; auf eine eingehendere Nachweisung der einzelnen Beben selbst muß verzichtet werden.

Tabelle I.

Nr.	Station	Zeitraum	Bebenanzahl
1.	Potsdam	1902–1915	130
2.	Jena	April 1903—Mai 1913	325
3.	Göttingen	1905—1914	171
4.	Hamburg	1908—April 1915	107
5.	Aachen	Sept. 1906—Juli 1914	93
6.	Leipzig	1908—1911	13
7.	Krietern-Breslau	April 1912—Juni 1914	3
8.	Graz	1907—1914	92
9.	Wien	1909—1914	35
10.	Triest	1911—1914	28
11.	Czernowitz	1913—1914	14
12.	Lemberg	1912—1914	9
13.	Pola	1911—1914	8
14.	Laibach	1911—1914	3
15.	Taschkent	Sept. 1912—Juni 1914	75
16.	Baku	Jan. 1913—Juni 1914	65
17.	Pulkowa	Jan. 1914—Juli 1914	42
18.	Irkutsk	Juni 1912—Juni 1914	36
19.	Jekaterinburg	Okt. 1913—Juni 1914	24
20.	Tiflis	Jan. 1913—Juni 1914	18
21.	Upsala	Jan. 1907—Aug. 1912	45
22.	Ottawa, Canada	April 1908—Juni 1914	62
23.	St. Louis (MO., U.St.A.)	1911—1913	5
24.	Zikawei (Shangai)	1912—1913	23
25.	Tsingtau (Kiautschau)	1909—1913	5
26.	Sidney	März 1909—April 1914	49
27.	Apia (Samoa)	Jan. 1905—Sept. 1913	32
		Gesamtzahl:	1512.

Für die einzelnen Arten reflektierter Wellen ergaben sich folgende Anzahlen von Einzelwerten:

PR_1: 794; PR_2: 328; PR_3: 179; PR_4: 48; PR_5: 7.

SR_1: 658; SR_2 maj.: 274; SR_2 min.: 110; SR_3: 119; (SR_3 min.: 17); SR_4: 40; SR_5: 12; SR_6: 1.

Da nun der Bebenbeginn nur in den seltensten Fällen mit hinreichender Genauigkeit bestimmbar ist, habe ich immer nur mit den viel sichereren, meist bis auf wenige Sekunden genau bestimmbaren Laufzeitdifferenzen gerechnet.

Unter SR_2 maj. verstehe ich Wellen, die bei beiden Reflexionen S-Wellen geblieben sind, SR_2 min. dagegen sind solche, die dabei ihren Charakter geändert haben, also nach etwas anderer, aber wohl auch verständlicher Terminologie als SSP oder SPS oder PSS zu bezeichnen wären, d. h. die einen Teil des Weges als Transversal-, einen anderen als Longitudinalwellen zurückgelegt haben. Die SP-Wellen treffen so kurz hinter den S-Wellen ein, daß sie selten angegeben werden, auch ist ihr Einsatz fast stets unscharf; PPS-, SPP- oder PSP-Wellen aufzufinden, ist schwierig, denn ich wollte gerade ohne vorausgefaßte theoretische Meinung an die Aufgabe herantreten: Konstruiert man a priori, auf Grund ganz weniger Beben, Laufzeitkurven, so findet man schließlich immer in der Nähe der theoretischen Zeiten mehr oder weniger auffällige Wellen, die man dann als Bestätigung seiner Ansicht deuten kann. Nur glaube ich nicht, daß man auf sichere Ergebnisse dabei kommt. Vielmehr muß man die Diagramme ganz unvoreingenommen betrachten, die auffälligen Einsätze notieren und erst dann ihren Charakter festzustellen suchen, was freilich nicht immer so glatt geht. Ich habe auch allen Beobachtungen gleiches Gewicht gegeben (auch wo nur Zehntelminuten oder ganze als Zeiten gegeben waren), um Willkür zu vermeiden.

Die Ergebnisse finden sich in Tabelle II zusammengestellt. Sie sind eine Folge doppelter Ausgleichung: zunächst rechnerischer, durch Zusammenfassung von je 10 Einzelwerten, dann nochmals graphischer Ausgleichung, wobei ich mich aber bestrebt habe, nicht „allzu glatte" Kurven zu ziehen, sondern die nun einmal vorkommenden Schwankungen des Anstiegs[1]) auch als solche wiederzugeben. (Nähere Einzelheiten kann ich hier leider nicht geben; das würde viel

1) Auf theoretische Überlegungen über die Ursachen dieser Unregelmäßigkeiten muß ich hier verzichten.

Tabelle II.

$S-P$	PR_1-P	PR_2-P	PR_3-P	SR_1-S	SR_2-S maj.	SR_2-S min.	SR_3-S
250°	30°	47°	—	72°	—	—	102°
300	53	73	94°	111	—	—	168
350	76	99	124	151	178°	—	230
400	98	128	173	190	241	225°	290
450	118	177	225	229	335	290	395
500	140	224	277	263	423	346	482
550	171	259	347	302	481	390	580
600	197	298	393	338	540	442	680
650	224	342	445	376	595	498	770
700	238	386	496	416	655	545	860
750	249	429	545	466	730	592	—
800	263	473	595	516	—	640	—
850	277	—	—	566	—	—	—

zu weit führen.) Für die nicht aufgeführten Reflexionen schien mir das Material nach Tabelle II zu gering.

Im Original schreiten die $S-P$ um je 10° fort; es steht Interessenten zur Verfügung.

Potsdam, 10. April 1920.

(Eingegangen 14. April 1920.)

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Neuere Arbeiten über Beugung an Zylindern und Gittern.

Von H. Spohn.

Bis vor rund 12 Jahren wurde zur Berechnung von Beugungserscheinungen fast ausschließlich das Fresnel-Huygenssche Prinzip benutzt. Bezeichnet s das allgemeine Integral der Wellengleichung, t die Zeit, r die Entfernung des Aufpunktes von der die Lichtquelle einschließenden Oberfläche S, n die nach innen weisende Normale zu dieser, v die Geschwindigkeit der Wellenausbreitung im von S umschlossenen Raume, so lautet dieses Prinzip in der Kirchhoffschen Fassung:

$$4\pi s_0 = \int_S \left\{ \frac{\partial \frac{s(t-r/c)}{r}}{\partial \nu} \cos(n, R) - \frac{1}{r} \frac{\partial s(t-s/v)}{\partial \nu} \right\} dS^1)$$

Seine unmittelbare Verwendung als Lösung setzt, wie man sieht, die Kenntnis des Erregungszustandes an der geeignet zu wählenden Oberfläche voraus. Diese Verwendung muß daher überall dort unmöglich werden, wo diese Kenntnis nicht, bzw. nicht mit ausreichender Annäherung vorausgesetzt werden darf; sie kann i. a. immer vorausgesetzt werden, wenn die Wellenlänge sehr groß im Vergleich zur beugenden Öffnung bleibt. Das ist aber z. B. nicht mehr der Fall bei dem Hertzschen Gitterversuch vom Jahre 1888.

1) Vgl. etwa Drude, Lehrbuch der Optik. Leipzig, S. Hirzel. 1912.

A. Sommerfeld[1] [21] stellte als erster mittels funktionentheoretischer Entwicklungen die Lösung spezieller Beugungsprobleme durch Integrale dar, die von unbekannten Randwertfunktionen frei waren. Aber diese, wie auch eine Reihe von gleichwertigen Lösungen späterer Verfasser [18, 10], ist auf der Voraussetzung aufgebaut, daß die beugenden Körper von unendlicher elektrischer Leitfähigkeit, also absolut „blank" oder absolut „schwarz" sind, d. h. auffallende Strahlung entweder vollkommen reflektieren oder vollkommen absorbieren. Sie schlossen also die Erfassung spezifischer Materialwirkung der beugenden Körper von der Behandlung aus und schufen damit eine andere Einschränkung des Gültigkeitsbereichs der Lösungen.

Allein bald nach Hertz wurden an metallischen Gittern Erscheinungen beobachtet, die fraglos als Einfluß einer spezifischen Materialwirkung angesprochen werden mußten [2, 3, 12]. Freilich boten Größenordnung und Unsicherheit der elektromagnetischen Materialkonstanten der dabei benutzten Metalldrähte zunächst eine unsichere Grundlage für die quantitative Prüfung einer von den bisherigen Einschränkungen freien Theorie. Daher war es besonders wertvoll, daß es Cl. Schaefer und seinen Mitarbeitern [13–17] gelang, auch an dielektrischen beugenden Körpern spezifische Materialeinflüsse experimentell zu erfassen und mit der Zeit reich-

1) Die eckigen Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Schlusse.

haltige Einzelergebnisse nach dieser Richtung zu gewinnen. Für diese ließ sich ausnahmslos eine strenge Theorie entwickeln, die an sich nicht nur für den Fall dielektrischen Materials, sondern durchaus allgemein für jedes Material galt und auch sehr bald für spezielle Ergebnisse an metallischen Gittern angewendet werden konnte. Die besondere Form der Auswertung dieser Theorie in Gestalt von Fourierschen Reihen machte anfangs ihre quantitative Anwendung auf gerade die Experimente, die die ganze Frage aufgerollt hatten [2, 3, 12], unmöglich. Doch konnte auch dieser Mangel in der letzten Zeit behoben werden [22].

Haben so einerseits diese neueren einschlägigen Arbeiten die Gittertheorie zu ihrem (mindestens grundsätzlich) vollständigen Abschlusse im Sinne der durchgeführten Maxwellschen Theorie gebracht, so haben sich anderseits dabei fast automatisch wertvolle Ergebnisse für die Dispersionstheorie eingestellt (nebenbei ein erfreuliches Beispiel für die Vereinheitlichung konsequenter Naturforschung). Im weiteren Zusammenhange wird noch mit aller Klarheit hervortreten, daß sich die Dispersion als Beugungserscheinung mit spezifischer Materialabhängigkeit behandeln läßt. Die hier zu entwickelnden Dispersionsergebnisse bieten den Vorteil, daß für sie nicht ein Körper hingenommen zu werden braucht, über dessen innere Eigenschaften schwer oder unmittelbar überhaupt nicht prüfbare Hypothesen aufzustellen sind; vielmehr kann nach den Vorschriften der Theorie ein solcher dispergierender Körper so hergestellt werden, daß jede für die Dispersionserscheinung haftbare Einzelheit meßbarer Überprüfung zugänglich ist.

Die Fülle von Einzelergebnissen, die von der modernen Gittertheorie geliefert und durch Experimente bestätigt wurden, ist groß; trotzdem kann ein Überblick möglichst kurz gehalten werden. Zweimal nämlich gestattet das Problem eine Einschränkung bzw. Zusammenfassung ohne Schaden für die Allgemeinheit seiner Darstellung.

Erstens kann sich in der Hauptsache die grundsätzliche Betrachtung auf einen einzelnen Draht eines Beugungsgitters beschränken. Denn dessen Gesamtwirkung kann in verhältnismäßig einfacher Weise durch Superposition der Einzelwirkungen der einzelnen Elemente, d. h. Drähte, ermittelt werden. Der Grundgedanke dazu ist theoretisch in zweifacher Weise durchgeführt worden, einmal unmittelbar fußend auf der physikalischen Anschauung [16], ein zweites Mal, ohne jedes Zurückgreifen darauf, auf rein mathematischem Wege 1914 [8]. Auf beide Durchführungen braucht weiterhin nicht näher eingegangen zu werden. Denn die spezielle Behandlung eines Gesamtgitters liefert ja naturgemäß spezielle Ergebnisse, die am einzelnen Gitterdraht nicht zustande kommen können, aber grundsätzlich kommt dabei nichts Neues heraus. Die speziellen Eigentümlichkeiten bei einem Gesamtgitter brauchen daher nur kurz gestreift zu werden.

Zweitens hat sich gezeigt, daß in der weiterhin gewählten Darstellungsweise gar kein grundsätzlicher Unterschied für die Behandlung dielektrischer und leitfähiger Beugungskörper eintritt. Die grundlegenden Betrachtungen gelten daher gleichzeitig für beide Fälle. Nur der an sich belanglose Umstand, daß weitaus zahlreichere Einzelergebnisse für den dielektrischen Zylinder schon abgeleitet sind, läßt diesen bei der folgenden Darstellung eine nur äußerlich bevorzugte Stellung einnehmen.

Also ist es weiterhin möglich, in der Hauptsache nur über Theorie und Experiment für einen einzelnen Draht als Beugungskörper zu berichten. Spezielle Eigentümlichkeiten, die der Materialart der Beugungskörper und der Gesamtwirkung eines ganzen Gitters aus mehreren Drähten zukommen, brauchen nur akzessorisch dargestellt zu werden.

Schließlich können noch in der Hauptausführung, worauf hier nur hingewiesen zu werden braucht, weitere rein rechnerische Einschränkungen ohne Schaden für die Allgemeinheit eingeführt werden.

Ausgangspunkt der folgenden Darstellung ist nicht die Beschreibung der Experimente, worüber in der Hauptsache auf die zitierte Literatur verwiesen werden muß, sondern die Theorie. Sie geht aus von den Maxwellschen Grundgleichungen mit ihren Randbedingungen, stellt sich also als sogenanntes Randwertproblem dar. Dieser Problemstellung entsprechend, ergeben sich i. a. die Lösungen in der Gestalt von Fourierschen Reihen. Diese Lösungen werden sodann diskutiert an der Hand von Experimenten, die zu ihrer Prüfung in der Mehrzahl von Cl. Schaefer und seinen Mitarbeitern [14, 15] angestellt wurden.

§ 1. Die Beugung an einem einzelnen Zylinder.

Das Problem der Beugung elektromagnetischer Vorgänge muß, so lange die Räume, in denen sie sich abspielen, als homogene Continua vorausgesetzt sind, vollständig bestimmt sein durch die Maxwellschen Grundgleichungen und die Grenzbedingungen an den Oberflächen beugender Körper. Der rechnerischen Vereinfachung kommt es sehr zustatten, wenn man

neben den in der Einleitung genannten Einschränkungen fernerhin noch voraussetzt, daß mit monochromatischem, linear polarisiertem Lichte gearbeitet werden soll. Das bringt keine grundsätzliche Beschränkung mit sich. Unter solcher Voraussetzung gehört zur vollständigen Durchrechnung des Problems naturgemäß, daß der Einfluß des beugenden Stabes in zwei verschiedenen Stellungen zur Polarisationsebene (parallel und senkrecht) des einfallenden Lichtes ermittelt wird.

Zur schließlichen mathematischen Formulierung gehört jetzt nur noch eine Festsetzung über die Form des beugenden Stabes. Dieser soll ein Kreiszylinder sein, seine Länge ∞. Die zweite Festsetzung ist naturgemäß mathematisch von erheblicher Bedeutung. Das Experiment kann sie mit hinreichender Annäherung verwirklichen, so daß diese Festsetzung, die mathematisch große Vereinfachungen mit sich bringt, praktisch unbedenklich ist.

Zugrunde gelegt wird ein kartesisches Koordinatensystem, dessen Z-Achse in die Achse des beugenden Zylinders gelegt ist. Entsprechend den eben getroffenen Festsetzungen empfiehlt es sich nun, die Maxwellschen Gleichungen auf Zylinderkoordinaten (r, φ, z) zu transformieren, die mit den kartesischen (x, y, z) zusammenhängen durch

$$x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi, \quad z = z.$$

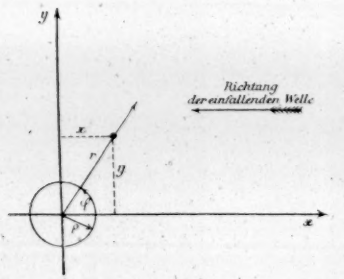


Fig. 1.

Der eben polarisierte, einfarbige Wellenzug falle parallel der x-Achse, und zwar in Richtung abnehmender x ein (siehe Fig. 1).

Die elektrische Kraft sei zunächst parallel zur x-Achse gerichtet. Unter diesen Bedingungen verschwinden:

1. Die elektrischen Komponenten $\mathfrak{E}_r$ und $\mathfrak{E}_\varphi$ identisch,

2. Sind alle Feldgrößen von z unabhängig,

Danach lauten also für diesen Fall die auf Zylinderkoordinaten transformierten Maxwellschen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \text{a)}\quad & \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\mathfrak{H}_\varphi) - \frac{1}{r}\frac{\partial \mathfrak{H}_r}{\partial \varphi}, \\ \text{b)}\quad & \frac{\mu}{c}\frac{\partial \mathfrak{H}_r}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial \varphi}, \\ \text{c)}\quad & \frac{\mu}{c}\frac{\partial \mathfrak{H}_\varphi}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial r}, \end{aligned}\right| \qquad (1)$$

und diese Gleichungen gelten

1. für das Zylinderinnere,

2. für den Außenraum.

Dabei gelten als Bedingungen:

I. Die Grenzbedingungen der Maxwellschen Theorie; für den vorliegenden Fall also, wenn, wie auch weiterhin, Index 1 die auf den Außenraum, 2 die auf den Innenraum bezüglichen Größen kennzeichnen:

$$\left.\begin{aligned} \text{a)}\quad & (\mathfrak{E}_z)_1 = (\mathfrak{E}_z)_2 \\ \text{b)}\quad & (\mathfrak{H}_\varphi)_1 = (\mathfrak{H}_\varphi)_2 \end{aligned}\right\} \text{ für } r = \varrho, \quad \varphi = \text{Zylinderradius} \qquad (2)$$

oder (2b) mittels (1c) ersetzt:

$$\frac{1}{\mu_1}\left(\frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial r}\right)_1 = \frac{1}{\mu_2} = \left(\frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial x}\right)_2 \text{ für } r = \varrho. \qquad (2c)$$

II. Die natürlichen Bedingungen des Problems:

a) die Erregung muß im Koordinatenursprung endlich bleiben,

b) die durch den Zylinder hervorgerufene Störung muß in unendlicher Entfernung vom Zylinder abgeklungen sein, d. h.:

$$\lim_{r=\infty} \mathfrak{E}_z = e^{\frac{2\pi i}{\lambda}(ct+x)} = e^{iu\left(t+\frac{r}{c}\cos\varphi\right)}. \qquad (2d)$$

In diesen Gleichungen sind die in der heutigen Literatur allgemein üblichen Bezeichnungen benutzt. Nur die D. K. ε hat hier zunächst eine allgemeinere Bedeutung: ε soll nämlich (worüber speziell erst im Einzelfalle verfügt werden wird) auch komplex sein können. Denn da bei den hier zu erörternden Problemen $\mathfrak{E}$ naturgemäß eine rein periodische Funktion der Zeit, d. h. von der Form $Ae^{-\frac{2\pi i c}{\lambda}t}$ ist, so besteht die Gleichung:

$$\mathfrak{E} = -\frac{i\lambda}{2\pi c}\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}.$$

Wenn daher durch Eintritt der elektromagnetischen Erregung in ein leitendes Medium — bisher ist noch dahingestellt, ob der Zylinder aus absolut dielektrischer oder aus leitender Substanz besteht — Leitungsströme im Material auftreten, so ist mit Rücksicht auf die eben hergeleitete Beziehung lediglich an Stelle des reellen ε in den für ein dielektrisches Medium

gültigen Gleichungen (1) das komplexe $\left(\varepsilon - \frac{2i\sigma\lambda}{c}\right)$, wo σ die Leitfähigkeit ist, zu setzen.

Aus (1) folgt in der üblichen Weise für $\mathfrak{E}$ die Wellengleichung in Zylinderkoordinaten. Ihre Lösung für unseren rein periodischen, von z nach unserer Festsetzung unabhängigen Vorgang kann dementsprechend (die Konvergenz der Entwicklung vorausgesetzt) als Fouriersche Reihe angesetzt werden in der Form

$$\mathfrak{E} = e^{i\,n\,t} \sum_m^{0,\infty} Q_m(r) \cos m\varphi \qquad (3)$$

(n die Schwingungszahl in 2π Sekunden).

Diese Reihe ist von sin-Koeffizienten frei, weil hier die Nullrichtung des Azimuts in die Richtung des einfallenden Lichtstrahls bzw. in die entgegengesetzte Richtung fällt. Denn zu dieser Richtung muß ja der resultierende Vorgang symmetrisch werden, wenn man mit „parallelem" Lichte arbeitet, d. h. der Vorgang wird gegen einen Vorzeichenwechsel von φ indifferent.

Die Funktionen Q_m können nur noch von r abhängen. Zu ihrer Bestimmung setzt man (3) in die Wellengleichung ein und erhält für jedes einzelne Q_m die „Besselsche Differentialgleichung":

$$\frac{d^2Q_m}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dQ_m}{d\rho} + \left(1 - \frac{m^2}{\rho^2}\right) Q_m = 0, \qquad (4)$$

nachdem zur Abkürzung

$$\rho^2 = k^2 r^2 = \frac{4\pi^2 \varepsilon \mu}{\lambda^2} r^2 \qquad (5)$$

gesetzt worden ist.

Diese Differentialgleichung zweiter Ordnung ist nun in zwei verschiedenen Medien, nämlich dem des beugenden Körpers und im Außenraum zu integrieren.

Folglich treten für jedes m in die Lösung von (4) je 4 Konstanten ein, zu deren Bestimmung die unter I und II genannten Bedingungen gerade ausreichen.

Die Durchrechnung liefert für den elektrischen Kraft-Vektor

$$\begin{aligned}
&\text{a)}\quad \mathfrak{E}_1 = \mathfrak{E}_{r1}{}^{*}) + \mathfrak{E}_r = e^{i\,n\,(t+\frac{r}{c}\cos\varphi)} + e^{i\,n\,t}\,\Sigma a_m H_m^{(2)}(\rho_1)\cos m\varphi \\
&\text{b)}\quad \mathfrak{E}_2 = \ldots\ldots\ldots\

behalten; gemeinsam mit der 3. Abteilung. **17.** H. Busch (Göttingen): Widerstände mit rückfallender Charakteristik; gemeinsam mit der 4. Abteilung. **18.** F. Ehrenhaft (Wien): a) Über die Atomistik der Elektrizität, b) Erscheinungen an einzelnen radioaktiven Probekörpern der Größenordnung 10^{-5} cm. **19.** D. Vorländer (Halle): Ableitung der molekularen Gestalt aus dem kristallinisch-flüssigen Zustand: a) Abkömmlinge des Äthylens und Acetylens, b) Wasser- und Schwefelwasserstoff. **20.** J. Traube (Charlottenburg): Ältere und neuere Forschungen über den Bau der Moleküle und Atome. **21.** A. Reis (Karlsruhe): Über eine Methode zur Identifizierung der Träger von Emissionsspektren. **22.** E. Weitz (Münster): Atomaffinität und Komplexverbindung. **23.** O. Hahn (Berlin-Dahlem): Protactinium, seine Lebensdauer und sein Gehalt in Urmineralien (Versuche gemeinsam mit L. Meitner). **24.** R. Rüther (Paderborn): Neue Gesichtspunkte betreffs der Erhaltung des Stoffes; gemeinsam mit der 4. und 10. Abteilung. **25.** F. Rinne (Leipzig): Über den Feinbau der Kristalle. **26.** J. Valeton (Gießen): Kristallwachstum und chemische Affinität; gemeinsam mit der 8. Abteilung. **27.** A. Wigand (Halle): Messungen der Ionisation und Ionenbeweglichkeit bei Luftfahrten.

Geplant ist eine gemeinsame Sitzung mit der Abteilung für Mathematik, in der vornehmlich Fragen der Relativitätstheorie behandelt werden sollen. Die Abteilung für Physik wird ihre Sitzungen zusammen mit der Tagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft abhalten; letztere wird außerdem ihre internen Fragen, besonders die Neugestaltung des Zeitschriftenwesens in einer Geschäftssitzung ausführlich zur Erörterung stellen.

Der Mitgliedsbeitrag für die Teilnehmer der Versammlung beträgt 40 M., Wohnung wird allen Teilnehmern umsonst gewährt. Frühstück, Mittagessen und Abendessen kosten zusammen 20 M., oder 28 M., oder 34 M., Frühstück allgemein 3 M. Außerdem sollen Bürgerquartiere zur Verfügung gestellt werden mit Anrecht auf Mittags- und Abendtisch in gewissen Gasthäusern zu noch billigeren Preisen. Über Gewährung von Fahrpreisermäßigung auf den Eisenbahnen schweben Verhandlungen.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Burkhardt Helferich für Chemie, an der Technischen Hochschule Charlottenburg der wissenschaftliche Mitarbeiter im Wernerwerk der Siemens & Halske A.-G. Dr. August Gehrts für Atomdynamik, an der Universität München Dr. H. Lecher für organische Chemie.

Ernannt: Zu ord. Professoren die a. o. Professoren an der Universität Bonn Dr. Alexander Pflüger (Physik) und Dr. Hans Beck (Mathematik), der a. o. Professor an der Universität Breslau Dr. Peter Danckwortt zum a. o. Professor für pharmazeutische Chemie an der Universität Greifswald, der a. o. Professor an der Universität Göttingen Dr. Max Reich zum ord. Professor für angewandte Elektrizität an derselben Hochschule, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Münster Dr. Richard Courant in gleicher Stellung an der Universität Göttingen, Dr. W. N. Haworth zum Professor für organische Chemie am Armstrong College in Newcastle-on-Tyne, der ord. Professor der Chemie an der Technischen Hochschule München Dr. Heinrich Wieland in gleicher Eigenschaft an der Universität Freiburg i. Br., der Professor der Chemie an der Universität Wisconsin Dr. A. E. Koenig in gleicher Eigenschaft an der Montana State School of Mines, Dr. Edward Bartow von der Illinois Universität zum Leiter der chemischen Abteilung an der Jowa Universität, Professor Dr. Thomas Martin Lowry von der Universität London zum Professor für physikalische Chemie an der Universität Cambridge, der Privatdozent an der Universität Königsberg Dr. Adolf Sonn zum a. o. Professor der Chemie und Abteilungsvorsteher am Chemischen Institut daselbst, der ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Frankfurt a. M. Dr. Max Born zum ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Göttingen, der Privatdozent an der Universität Wien Dr. Hans Thirring zum a. o. Professor der Physik an der gleichen Hochschule.

Ehrung: Von der Technischen Hochschule Karlsruhe ist dem Verleger der Physikalischen Zeitschrift Dr. Georg Hirzel in Leipzig in Anerkennung seiner Verdienste um die Herausgabe chemischer und physikalischer Werke insbesondere auf dem Gebiete der Erdölforschung die Würde eines Dr.-Ing. ehrenhalber verliehen worden.

Gestorben: Der ord. Professor der angewandten Mathematik an der Universität Leipzig Geh. Hofrat Dr. Karl Rohn, der Begründer der Optischen Werke in Wetzlar Dr. Ernst Leitz, der ord. Honorarprofessor für angewandte Mathematik an der Universität Kiel Dr. Rudolf H. Weber, der frühere Professor der Ingenieurwissenschaften in Tokio und spätere Professor für Elektrotechnik in England Dr. John Perry, der ord. Professor der Astronomie an der Universität Berlin und Direktor der Sternwarte in Babelsberg Geh. Regierungsrat Dr. Hermann Struve.

Angebote.

Für das physikalische Institut der Technischen Hochschule Darmstadt wird zum 1. Oktober ein

Assistent

mit abgeschlossener Universitäts- oder Hochschulbildung gesucht. Bewerber wollen sich an den unterzeichneten Vorstand des Institutes wenden.

K. Schering.

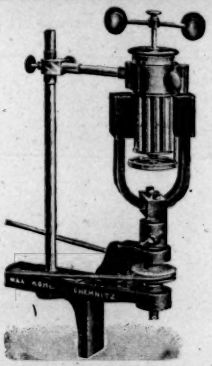
Physiker

jüngerer, für das Versuchslaboratorium elektromedizinischer (Röntgen-)Firma **gesucht.** Ausführliche Bewerbungen mit Angabe der Gehaltsansprüche u. des frühesten Eintrittstermines unter **J. J. 4622** an **Rudolf Mosse, Berlin S.W. 19.**

Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. Peter Debye in Zürich. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 1600000.



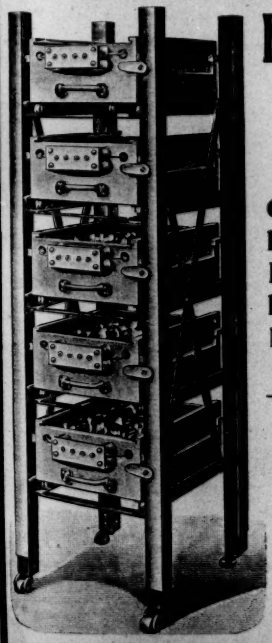
52068. Modell eines Kurzschlussankers nach Friedr. C. G. Müller, für die Schwungmaschine.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

In gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Grosse Preise; Turin 1911: 2 Grosse Preise; Dresden 1911: Grosser Preis.



Hochspannungs-Batterien

Vorzüge:
Größte Leistung bei kleinstem Raum ◆ Beliebige Trennbarkeit ◆ Leichte Beweglichkeit ◆ Niedriger Preis

Physikalische Werkstätten

Aktiengesellschaft

Göttingen 1

Zu beiden Leipziger Messen: Handelshof (Laden 17) Reichsstr., außerdem zur technischen Messe: Jägerhof III/499.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig

Soeben erschien in neuer vermehrter Auflage:

Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation

von

P. Lenard

Heidelberg

Preis: 5 Mark

Der Verfasser behandelt die genannten Gegenstände vom Standpunkt des Naturforschers, der mehr von der Erfahrung aus der materiellen Welt als von philosophischen Bedürfnissen sich geleitet fühlt. Er gründet sein Weltbild nicht auf bloße mathematische Gleichungen, sondern auf Mechanismen. In dieser von der gewöhnlichen Art abweichenden Behandlung der Materie liegt der hohe Wert der Schrift.

Inhaltsverzeichnis:

(Z. B. = Zusammenfassende Bearbeitungen.)

Seite

Arkel, P. C. v., Die Anwendung der Smoluchowskischen Theorie auf die zeitliche Veränderlichkeit der Teilchenzahl einer Emulsion 465
Bucherer, A. H., Die Rotverschiebung der Sonnenlinien 451
Emulsion: Die Anwendung der Smoluchowskischen Theorie auf die zeitliche Veränderlichkeit der Teilchenzahl einer —, v. P. C. v. Arkel 465
Energieverhältnisse: Die — in einem Stromkreise mit Selbstinduktion, v. P. Terpstra 467
Geiger-Nuttallsche Gleichung: Notiz zur —, v. G. Kirsch 452
Gitter: Neuere Arbeiten über Beugung an Zylindern und Gittern, v. H. Spohn. (Z. B.) Fortsetzung . 469
Kirsch, G., Notiz zur Geiger-Nuttallschen Gleichung 452
Mollier, R., Eine graphische Darstellung der Zustandsgleichung 457
Oldenberg, O., Ein Schwingungsapparat für Vorlesung und Praktikum nach H. Th. Simon 463
Rotverschiebung: Die — der Sonnenlinien, v. A. H. Bucherer 451
Schalldruck: Experimentelles zum —, v. E. Waetzmann 449
Schwingungsapparat: Ein — für Vorlesung und Praktikum nach H. Th. Simon, v. O. Oldenberg . . 463
Selbstinduktion: Die Energieverhältnisse in einem Stromkreise mit —, v. P. Terpstra 467
Simon, H. Th.: Ein Schwingungsapparat für Vorlesung und Praktikum nach —, v. O. Oldenberg . . . 463
Smoluchowskische Theorie: Die Anwendung der — auf die zeitliche Veränderlichkeit der Teilchenzahl einer Emulsion, v. P. C. v. Arkel 465
Sonnenlinien: Die Rotverschiebung der —, v. A. H. Bucherer 451
Spohn, H., Neuere Arbeiten über Beugung an Zylindern und Gittern. (Z. B.) Fortsetzung 469
Stromkreis: Die Energieverhältnisse in einem — mit Selbstinduktion, v. P. Terpstra 467
Terpstra, P., Die Energieverhältnisse in einem Stromkreise mit Selbstinduktion 467
Waetzmann, E., Experimentelles zum Schalldruck . 449
Zustandsgleichung: Eine graphische Darstellung der —, v. R. Mollier 457
Zylinder: Neuere Arbeiten über Beugung an — und Gittern, v. H. Spohn. (Z. B.) Fortsetzung . . . 469

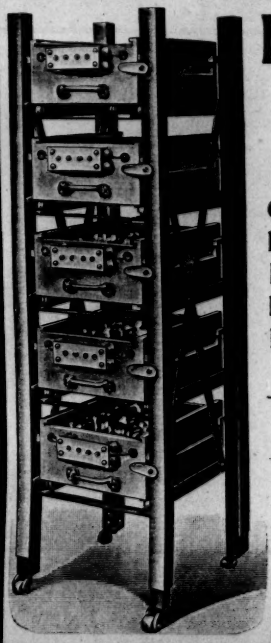
Als

Leiter unseres Zähler-Laboratoriums erste Kraft

(akad. Elektro-Ingenieur oder Physiker) gesucht. Herren mit Zählerpraxis bevorzugt.

Ausführliche Bewerbungsschreiben mit Zeugnisabschriften u. Photographie erbeten an

Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. Nürnberger Werk, Personal-Abteilung Nürnberg.



Hochspannungs-Batterien

Vorzüge:

Größte Leistung bei kleinstem Raum ◆ Beliebige Trennbarkeit ◆ Leichte Beweglichkeit ◆ Niedriger Preis

Physikalische Werkstätten

Aktiengesellschaft

Göttingen 1

Zu beiden Leipziger Messen: Handelshof (Laden 17) Reichsstr., außerdem zur technischen Messe: Jägerhof III/499.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

Soeben erschien in neuer vermehrter Auflage:

Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation

von

P. Lenard

Heidelberg

Preis: 5 Mark

Der Verfasser behandelt die genannten Gegenstände vom Standpunkt des Naturforschers, der mehr von der Erfahrung aus der materiellen Welt als von philosophischen Bedürfnissen sich geleitet fühlt. Er gründet sein Weltbild nicht auf bloße mathematische Gleichungen, sondern auf Mechanismen. In dieser von der gewöhnlichen Art abweichenden Behandlung der Materie liegt der hohe Wert der Schrift.